

Andrzej Miller

**teoria
maszyn
wirnikowych**

zagadnienia
wybrane



WYDAWNICTWA POLITECHNIKI WARSZAWSKIEJ
WARSZAWA 1982

21 VI 910⁰⁰

Opiniodawcy

dr hab. inż. Andrzej Styczek
prof. dr hab. inż. Ryszard Wszyński

Wydano za zgodą Rektora Politechniki Warszawskiej

Opracowanie redakcyjne - Sławomir Strzałkowski

Wydawnictwa Politechniki Warszawskiej
ul. Nowowiejska 24, 00-665 Warszawa

Wydanie I. Nakł. 700+30. Ark. wyd. 8,40. Ark. druk. 8,5. Papier druk-mat. kl. V 70 g.
Oddano do druku 17. VIII. 1981 r. Druk ukończono w marcu 1982 r.
Zamówienie nr 737. L-10 Cena zł 14.-

Zakład Graficzny Politechniki Warszawskiej, Kopcińska 12/16, 02-321 Warszawa.

Spis treści

Przedmowa	5
Wykaz ważniejszych oznaczeń	6
1. Wiadomości wstępne	9
1.1. Maszyny wirnikowe a tłokowe	9
1.2. Podział maszyn wirnikowych	12
1.3. Rozwój konstrukcji maszyn energetycznych	14
2. Podstawy teoretyczne - termodynamika	15
2.1. Zasady bilansowania w zastosowaniu do maszyn wirnikowych	15
2.2. Model własności czynnika roboczego. Para doskonała	17
2.3. Sprawność politropowa i wykładnik politropy	23
2.4. Sprawność przemian adiabatycznych i wskaźnik samogrzania	26
3. Podstawy teoretyczne - mechanika płynów	34
3.1. Równania podstawowe	34
3.2. Zależności integralne i ich wyprowadzenie z równań podstawowych	42
3.2.1. Zależności dla toru elementu płynu	43
3.2.2. Zależności dla ustalonego przepływu w kanale	45
3.3. Zależności uproszczone	49
3.4. Równania przepływu przez powierzchnie kontrolne	52
4. Jednowymiarowa teoria stopnia turbinowego	55
4.1. Proces w wieńcu kierowniczym	55
4.2. Proces w wieńcu wirującym	58
4.3. Osiągi stopnia	62
5. Charakterystyczne stopnie turbinowe	66
5.1. Zależności ogólne	66
5.2. Stopień de Laval'a	70
5.3. Stopień Curtisa ./.....	72
5.4. Stopień Rateau-Zoelly	73
5.5. Stopień Parsonsa	74
5.6. Stopień Ljungströma	76
5.7. Stopień promieniowy dośrodkowy	77
5.8. Porównanie stopni turbinowych	77
6. Jednowymiarowa teoria stopnia sprężarkowego	79

7. Omówienie zakresu stosowalności jednowymiarowej teorii stopnia maszyny wirnikowej	83
8. Wskaźniki charakteryzujące konstrukcję i pracę stopni maszyn wirnikowych	88
9. Uwagi o zasadzie działania maszyn wirnikowych	91
10. Straty w maszynach wirnikowych	93
10.1. Ogólny przegląd strat	93
10.2. Straty w głównym przepływie w stopniu	95
10.2.1. Prosta palisada profili	95
10.2.2. Straty w wieńcu kierowniczym	102
10.2.3. Straty w wieńcu wirującym	103
10.2.4. Sprawność obwodowa stopnia	104
10.3. Straty dodatkowe	105
10.4. Sprawność wewnętrzna stopnia	108
11. Przepływ przestrzenny w osiowym stopniu maszyny wirnikowej	109
11.1. Przepływ przestrzenny w stopniu o cylindrycznych łopatkach	109
11.2. Modele przepływu w stopniu maszyny wirnikowej ...	111
11.3. Równanie równowagi promieniowej	113
11.4. Zasada swobodnego wiru	116
11.5. Zasada stałego kąta α_1	119
11.6. Stopnie z długimi łopatkami	120
12. Badania doświadczalne i wykorzystanie ich wyników w obliczeniach maszyn wirnikowych	122
12.1. Rola badań modelowych w projektowaniu maszyn wirnikowych	122
12.2. Zasady modelowania	124
12.3. Stanowiska badawcze i osobliwości układów pomiarowych	131
12.4. Metody obliczeń stopni	134
Literatura	135

Przedmowa

Niniejszy skrypt jest rozwinięciem i uzupełnieniem wykładów z teorii maszyn wirnikowych, prowadzonych przez autora na Wydziale Mechanicznym Energetyki i Lotnictwa dla studentów specjalności Systemy i Urządzenia Energetyczne. Wykłady te poprzedzają zajęcia z pokrewnych przedmiotów specjalistycznych, dotyczących poszczególnych typów maszyn wirnikowych - głównie turbin ciepłych i sprężarek wirnikowych.

Ograniczona objętość skryptu zmusza do przedstawienia tylko wybranych zagadnień teorii maszyn wirnikowych, przy czym wybór ten jest określony głównie zakresem wskazanych przedmiotów specjalistycznych. Dlatego też, praca poświęcona jest zasadniczo omówieniu ogólniejszych zagadnień teorii ciepłych maszyn wirnikowych, w ujęciu nawiązującym do wcześniejszych wykładów z termodynamiki i mechaniki płynów, i jest powiązaniem przedmiotów podstawowych ze specjalistycznymi. Bardziej szczegółowe, przykładowe zagadnienia dotyczą głównie turbin ciepłych.

Poszczególne typy maszyn wirnikowych przez wiele lat były udoskonalane - praktycznie - niezależnie; dlatego też próby jednolitego, uogólnionego podejścia do ich teorii są stosunkowo nowe. Główne pozycje książkowe w tym zakresie zestawiono w wykazie literatury. Przedstawione w skrypcie ujęcie podstaw teoretycznych wykorzystuje głównie koncepcję W. Traupela [12], a zagadnienia strat, badań doświadczalnych i obliczeń opisano korzystając z literatury radzieckiej.

Wykaz ważniejszych oznaczeń

Symbole

- a - prędkość dźwięku, przyspieszenie
- A - powierzchnia
- b - cięciwa profilu
- c - prędkość mierzona w układzie bezwzględnym
- D - średnica
- e - energia właściwa
- E - energia rozporządzalna stopnia, stopień turbulencji
- f - wskaźnik samoogrzania (współczynnik odzyskania ciepła lub współczynnik strat nagrzewania)
- F - siła
- Fr - liczba Frouda
- g - przyspieszenie ziemskie
- h - spadek (przyrost) entalpii
- H - izentropowy spadek (przyrost) entalpii
- i - entalpia właściwa
- j - entalpia normalna właściwa
- k - wykładnik izentropy, współczynnik
- K - współczynnik, kręt
- l - wysokość łopatki, długość
- L - praca
- m - masa
- M - moment obrotowy
- Ma - liczba Macha
- n - prędkość obrotowa, wykładnik politropy
- N - moc
- p - ciśnienie
- Pr - liczba Prandtla
- q - ilość ciepła odniesiona do jednostki masy czynnika roboczego
- \dot{q} - natężenie strumienia ciepła
- r - promień
- R - stała gazowa, siła (reakcja)
- Re - liczba Reynoldsa
- s - entropia właściwa

- St - liczba Strouhala
- t - czas, podziałka palisady
- T - temperatura
- u - energia wewnętrzna właściwa, prędkość unoszenia (obwodowa)
- v - objętość właściwa
- V - objętość
- \dot{V} - objętościowe natężenie przepływu
- w - prędkość względna, mierzona w układzie wirującym
- x - współrzędna układu prostokątnego, wskaźnik prędkości
- y - stopień suchości pary
- z - współczynnik ściśliwości czynnika, liczba stopni w grupie, liczba wieńców wirujących w stopniu
- α - kąt strumienia w układzie absolutnym
- β - kąt strumienia w układzie wirującym
- Δ - przyrost wielkości
- ζ - współczynnik strat
- η - sprawność
- $\theta = \frac{1}{D_{sr}}$ - wskaźnik rozchylenia wieńca
- λ - współczynnik przewodności cieplnej, wskaźnik napędu
- μ - lepkość dynamiczna, współczynnik przepływu
- ν - lepkość kinematyczna
- ρ - gęstość, reakcyjność stopnia
- σ - współczynnik wykorzystania energii kinetycznej prędkości wylb-
towej stopnia
- τ - naprężenie styczne
- φ - współczynnik prędkości wieńca kierowniczego, wskaźnik prze-
pływu
- ϕ - potencjał
- ψ - współczynnik prędkości wieńca wirującego, wskaźnik izentro-
powego przyrostu entalpi
- ω - prędkość kąтова
- $\Omega = \pi D l$ - powierzchnia przepływowa stopnia

I n d e k s y

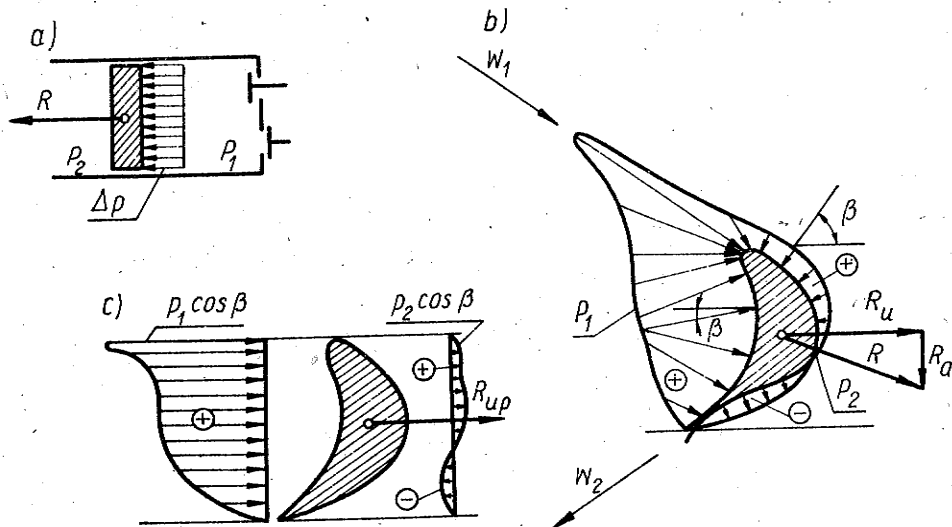
- a - dotyczący składowych w kierunku osiowym
- d - dotyczący wieńca kierowniczego
- F - dotyczący sił masowych
- i - dotyczący wielkości wewnętrznych
- k - dotyczący sprężania
- m - dotyczący składowych merydionalnych
- max - dotyczący wartości największych
- min - dotyczący wartości najmniejszych
- n - dotyczący składowych normalnych do powierzchni
- o - dotyczący wartości początkowych lub odniesienia
- p - dotyczący politropy
- q - dotyczący wymiany ciepła
- r - dotyczący składowych w kierunku promieniowym

- s - dotyczący wielkości izentropowych
- st - dotyczący stopnia
- śr - dotyczący wartości średnich
- th - dotyczący wielkości teoretycznych
- tr - dotyczący tarcia
- u - dotyczący składowych w kierunku obwodowym oraz wielkości obwodowych
- w - dotyczący wieńca wirującego
- we - na średnicy wewnętrznej
- ze - na średnicy zewnętrznej
- τ - dotyczący naprężeń stycznych
- 0,1,2,3 dotyczący wartości w przekrojach kontrolnych
- - ponad symbolem wielkości oznacza uśrednienia

1. WIADOMOŚCI WSTĘPNE

1.1. Maszyny wirnikowe a tłokowe

Maszyny wirnikowe należące do szerszej klasy - maszyn przepływowych oraz maszyny tłokowe - z klasy maszyn objętościowych (wyporowych) - są obecnie podstawowymi maszynami energetycznymi, znajdując również i inne zastosowania. Odmienne główne cechy i właściwości maszyn wirnikowych i tłokowych wynikają z zasadniczo różnej zasady pracy tych maszyn. Podkreślić należy, że zasada pracy maszyn tłokowych jest bardziej oczywista, w przeciwieństwie do znacznie trudniejszej do zrozumienia, zasady pracy maszyn wirnikowych.



Rys.1.1. Ciśnienia i siły działające na organ roboczy maszyny (silnika) a) tłokowej, b) wirnikowej - profil łopatki oraz rozkład ciśnień i sił, c) rozkład rzutów na kierunku obwodowy sił od ciśnienia na wklęsłej i wypukłej stronie profilu łopatki

Działanie maszyny energetycznej sprowadza się do przekazywania energii przez czynnik roboczy organowi roboczemu maszyny - w przypadku silnika lub w kierunku odwrotnym - w przypadku maszyny roboczej. Organem roboczym w maszynie tłokowej jest tłok, a w maszynie wirnikowej - odpowiednio oprofilowana łopatka wirnika, opływana przez czynnik roboczy^x). W obu powyższych typach maszyn dla przekazania energii czynnik roboczy musi wywierać nacisk R na organ roboczy, wywołujący ruch tego organu - w przypadku silnika. Proces odwrotny zachodzi w maszynie roboczej. Jednak sposób wywołania i natura tego nacisku R różnią się zasadniczo w maszynach tłokowych i wirnikowych (rys.1.1).

W maszynie tłokowej czynnik roboczy zawarty w cylindrze ma wyrównane ciśnienie, którym działa na powierzchnię A tłoka. W trakcie procesów zachodzących w cylindrze czynnik roboczy nie wykonuje istotniejszych ruchów, tak że jego energia kinetyczna jest pomijalna. Nacisk na tłok ma charakter statyczny i oblicza się go wykorzystując prawa statyki płynów. W danym położeniu tłoka nacisk R jest równy:

$$R = A \Delta p ,$$

gdzie:

$\Delta p = p_1 - p_2$ - jest różnicą ciśnień po obu stronach tłoka w tym położeniu (rys.1.1a). Przy zmianach położenia tłoka, zmienia się różnica ciśnień a więc i siła R .

Głównym elementem maszyny wirnikowej jest wirnik, do którego zamocowane są jednakowe, oprofilowane łopatki, tworzące wieniec łopatkowy. Przepływający przez ten wieniec czynnik roboczy omywa poszczególne łopatki. Profil łopatki jest tak ukształtowany, że prędkości czynnika - w - względem łopatki, w poszczególnych punktach są różne, przy czym prędkości po wypukłej stronie łopatki są większe niż po stronie wklęsłej. W wyniku powstaje też zróżnicowany rozkład ciśnień (rys.1.1b), przy czym ciśnienia p_1 po stronie wypukłej są mniejsze niż ciśnienia p_2 po stronie wklęsłej. Ciśnienia p_1 oraz p_2 umownie mierzymy tu względem ciśnienia za wieńcem łopatkowym, oznaczając przy tym znakiem + ciśnienia p_1 oraz p_2 większe od tego ciśnienia wlotowego, a znakiem -, mniejsze (rys.1.1b,c).

Elementarne parcia $p dA$, gdzie dA - element powierzchni, wywołane tym ciśnieniem działają oczywiście prostopadle do krzywoliniowej powierzchni łopatki w poszczególnych punktach. Rzuty tych miejscowych parć na interesujący dla przekazywania energii kierunek obwodowy u , równe są $p \cos \beta \cdot dA$, gdzie β jest kątem, jaki tworzy kierunek działania parcia pochodzącego od ciśnienia (p_1 lub p_2) z kierunkiem u . Rozkład wielkości $p \cos \beta$ na powierzchni łopatki przedstawiono na rys. 1.1c. Wobec różnicy rzutów parć na wklęsłej i wypukłej stronie łopatki powstaje tu siła "popychająca" łopatkę w kierunku obwodowym, przy

^x) Przedstawione porównanie działania maszyn tłokowych i wirnikowych oparte jest na koncepcji zaczerpniętej z pracy [3].

czym siły tej nie można obliczyć w tak prosty sposób, jak w przypadku tłoka (rys. 1.1a).

Czynnik roboczy oddziałuje na łopatkę również w kierunku stycznym do powierzchni łopatki w poszczególnych punktach siłami tarcia, wynikającego z jego lepkości. Sumując wszystkie siły prostopadłe i styczne na całej powierzchni łopatki otrzymujemy wypadkową siłę R oddziaływania czynnika roboczego na łopatkę. Siła ta ma składową R_u w kierunku obwodowym, tj. zgodnym z obrotem łopatki, której głównym elementem jest siła od miejscowych różnic ciśnień (rys.1.1c), oraz składową R_a w kierunku osi maszyny (rys.1.1b).

Występowanie nacisku R w maszynie wirnikowej jest więc nierozdzielnie związane z ruchem, tj. przepływem czynnika roboczego, natomiast w bezruchu siła zanika. Procesy przekazywania energii w maszynach wirnikowych wykorzystują więc prawa dynamiki płynów, a energia kinetyczna czynnika ma tu podstawowe znaczenie.

Ponieważ zagadnienia dynamiki płynów są nieporównanie bardziej złożone niż statyki płynów, stąd procesy zachodzące w maszynach wirnikowych są znacznie trudniejsze do rozpatrywania, niż procesy w maszynach tłokowych.

Charakterystyczną cechą maszyn tłokowych jest cykliczność pracy, związana z posuwisto-zwrotnymi ruchami tłoka o zmiennej prędkości. Odmiennie do tego, praca maszyn wirnikowych jest ciągła, wobec stałego, praktycznie równomiernego przepływu czynnika przez wieniec wirujący. Działanie maszyny wirnikowej porównać można [3] z potokową obróbką czynnika na kolejnych, wyspecjalizowanych stanowiskach (tj. elementach maszyny), zaś maszyny waporowej - z całkowitą obróbką wydzielonych, odpowiednio pobieranych porcji czynnika na jednym stanowisku (produkcja jednostkowa i taśmowa), np. sprężanie, doprowadzenie paliwa i spalania oraz rozprężanie czynnika w tej samej przestrzeni między tłokiem a głowicą cylindra silnika spalinowego.

Moc N przekazywaną przez organ roboczy (tłok, łopatkę) maszyny tłokowej i wirnikowej, pracującej w warunkach ustalonych, określa wspólny wzór:

$$N = R_u u ,$$

gdzie:

u - jest prędkością, z jaką porusza się organ roboczy;

R_u - składową siły nacisku R czynnika na ten organ w kierunku u .

Jednak wielkości R_u oraz u mają w obu przypadkach inną naturę i i znaczenie [3]:

1. W maszynach tłokowych;

- siła R_u jest średnią siłą obliczoną dla jednego pełnego cyklu pracy, czyli:

$$R_u = A \bar{\Delta} p ,$$

gdzie:

Δp - jest średnią różnicą ciśnień po obu stronach tłoka;

- prędkość u - jest średnią prędkością tłoka w trakcie cyklu pracy.

2. W maszynach wirnikowych:

- siła R_u - jest stałą w czasie składową w kierunku obwodowym reakcji dynamicznej czynnika na łopatkę;

- prędkość u - jest stałą prędkością obwodową łopatek.

Konieczne dla działania maszyny waporowej cykliczne powiększanie i zmniejszanie przestrzeni roboczej uzyskać można również i przy innych - niż posuwisto-zwrotny - ruchach organu roboczego, np. przy ruchu obrotowym, obrotowo-zwrotnym czy ruchach złożonych z przesunięcia i obrotu. W takim przypadku zmienia się również konstrukcja maszyny i kształt organu roboczego. Maszyny waporowe o obrotowym ruchu organu roboczego (płytki, śruby, koła zębatego itp.) nazywamy rotacyjnymi. Maszyny rotacyjne są czasem mylnie nazywane wirnikowymi. Ich organy robocze, często zwane wirnikami, pod względem działania są tłokami o ruchu obrotowym.

1.2. Podział maszyn wirnikowych

Podziału maszyn wirnikowych można dokonywać w różny sposób. Z energetycznego punktu widzenia tj. kierunku przekazywania energii wyróżnia się:

- silniki wirnikowe (turbiny ciepłe i wodne), w których czynnik oddaje energię łopatom;

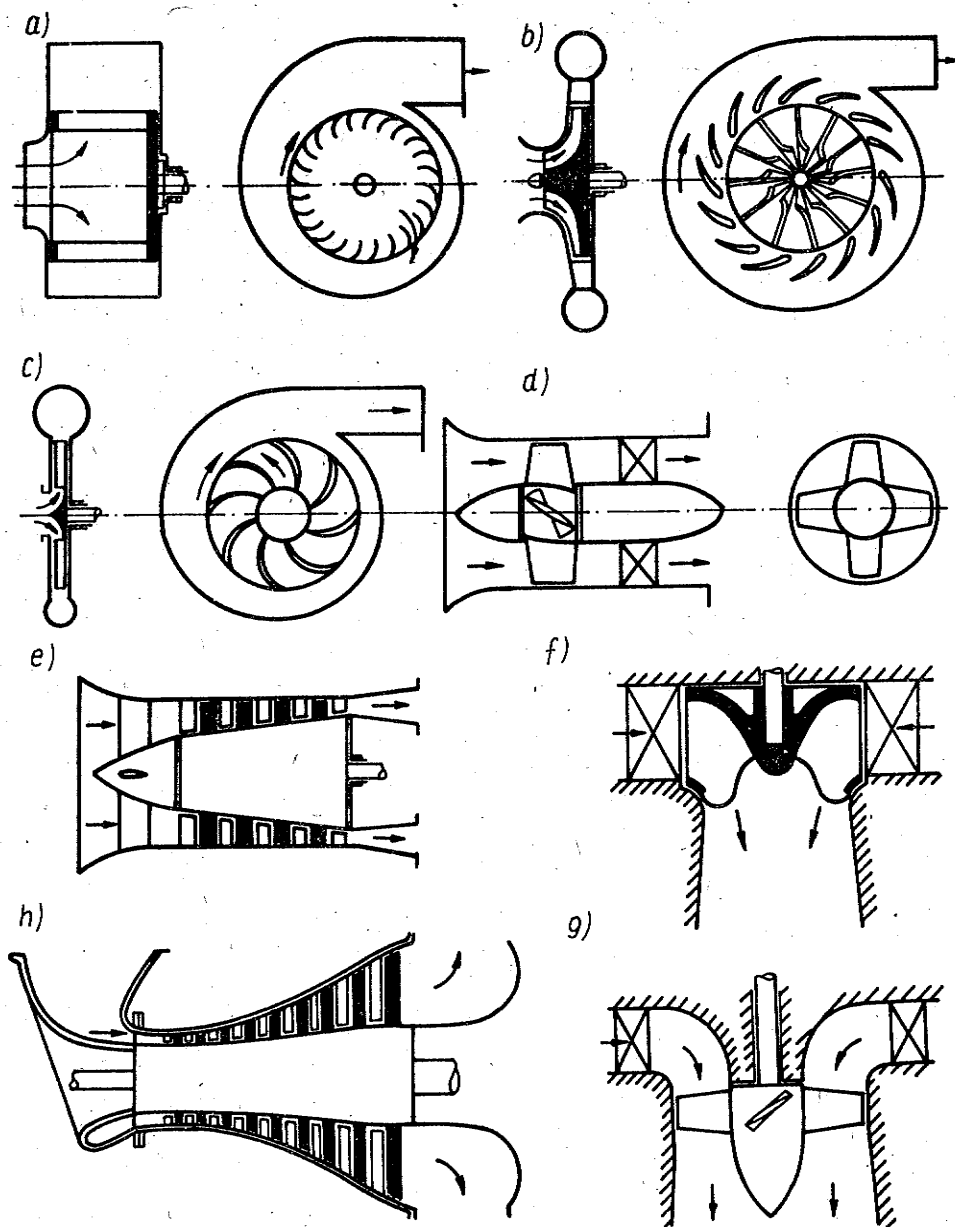
- wirnikowe maszyny robocze (sprężarki wirnikowe i pompy wirowe), w których energia przekazywana jest czynnikowi przez łopatki. Ze względu na przeznaczenie, maszynami wirnikowymi są przede wszystkim maszyny energetyczne a ponadto maszyny transportowe (sprężarki i pompy w zastosowaniu do transportu płynów). Maszyny wirnikowe, w których czynnik podlega przemianom termodynamicznym nazywają się ciepłymi maszynami wirnikowymi (sprężarki i turbiny ciepłe). Zwyczajowo, sprężarki dzieli się zależnie od poziomów ciśnień na: sprężarki, pompy próżniowe, dmuchawy i wentylatory. Dalej różnicują maszyny wirnikowe:

- rodzaj czynnika roboczego: ciecz, czynnik dwufazowy (np. aerozole, para mokra), para, gaz;

- kierunek przepływu czynnika przez układ łopatkowy wirnika w stosunku do osi maszyny: osiowe, promieniowe (dośrodkowe i odśrodkowe) oraz w przypadku kierunku ukośnego - diagonalne;

- różne inne kryteria.

Przykładowe schematy układów łopatkowych różnych typów maszyn wirnikowych pokazano na rys.1.2.



Rys.1.2. Schematy układów łopatkowych maszyn wirnikowych różnych typów: a) wentylator promieniowy, b) sprężarka promieniowa (odśrodkowa), c) pompa wirowa odśrodkowa, d) pompa osiowa, e) wielostopniowa sprężarka osiowa, f) turbina wodna Francisa, g) turbina wodna Kaplana, h) wielostopniowa turbina gazowa lub parowa

1.3. Rozwój konstrukcji maszyn energetycznych

Ocenę maszyn i urządzeń opiera się przede wszystkim na kryterium sprawności oraz kryterium wydajności (koncentracji mocy), tj. stosunku przekazywanej energii do zapotrzebowanej w tym celu, odpowiednio: masy, objętości, powierzchni, kosztu wykonania itd., maszyny czy urządzenia. Z omówionej zasady pracy wynika, że przy większych wydajnościach (mocach, natężeniach przepływu czynnika roboczego) maszyny wirnikowe mają istotną przewagę nad maszynami tłokowymi, zarówno pod względem koncentracji mocy jak i sprawności. Przewaga ta wzrasta wraz ze wzrostem mocy, stając się przy dużych mocach decydującą. Ze względów konstrukcyjnych wydajność i moc maszyn tłokowych jest bowiem ograniczona, podczas gdy maszyny wirnikowe, szczególnie osiowe, odznaczają się ogromnymi możliwościami budowy jednostek dużej i wielkiej mocy. Wspomniana przewaga maszyn wirnikowych wynika, między innymi, ze znacznie większej ich szybkobieżności. Średnia prędkość tłoka wynosi przeciętnie kilka m/s, wyjątkowo dochodząc do kilkunastu m/s. Odpowiednikiem średniej prędkości tłoka jest w maszynach wirnikowych prędkość obwodowa łopatki, wynosząca przeciętnie kilkaset m/s, przekraczając w ostatnich stopniach współczesnych turbin parowych 600 m/s.

Istotną wadą maszyn tłokowych w stosunku do wirnikowych jest znacznie bardziej rozbudowana część mechaniczna. Wiąże się z tym duża liczba trących o siebie, a więc zużywających się elementów i potrzeba odpowiedniego ich smarowania. W maszynie wirnikowej organ roboczy zamocowany jest bezpośrednio na wale, a w przypadku zastosowania łożysk ślizgowych i uszczelnień labiryntowych nie ma wcale trących o siebie elementów.

Stwierdzić więc należy, że maszyny wirnikowe mają w stosunku do maszyn tłokowych zalety natury przepływowej, konstrukcyjnej i ruchowej. Są nimi głównie: mniejsze wymiary, mniejsza masa, niższy koszt budowy, spokojny bieg, możliwość budowania jednostek dużej mocy, małe zużycie części, duża niezawodność ruchu itp.

Stwierdzić też należy, iż w zakresie małych mocy maszyny tłokowe mają przewagę nad wirnikowymi, których sprawność jest w tych warunkach niska, a inne cechy stają się praktycznie nieistotne.

Wymienione cechy obu rodzajów maszyn decydują o zakresie ich ekonomicznie uzasadnionych zastosowań. W przypadku przetworzenia energii niesionych przez wielkie objętości płynu stosuje się maszyny wirnikowe (przepływowe); w przypadku małych natężeń przepływu - maszyny tłokowe (wyporowe).

Trwający do chwili obecnej intensywny rozwój konstrukcji maszyn energetycznych rozpoczął się od maszyn tłokowych. Wynika to między innymi stąd, że o udanej konstrukcji decyduje tu raczej rozwiązanie układu mechanicznego maszyny, podczas gdy kształt organu roboczego ma znaczenie mniejsze. Zagadnienia mechaniczne potrafiono właściwie rozwiązywać już dawniej, szczególnie przy stosowanych wtedy małych szybkobieżnościach i wymaganych mniejszych mocach. W przypadku ma-

szyn wirnikowych - odmiennie - układ mechaniczny maszyny jest wyjątkowo prosty - natomiast właściwy kształt organu roboczego ma podstawowe znaczenie decydując o działaniu maszyny (a skrajnie wręcz o jej niedziałaniu, np. w przypadku sprężarek osiowych).

Konstrukcja właściwego organu roboczego maszyn wirnikowych wymaga dobrego opanowania bardzo złożonych podstaw teoretycznych (dynamika płynów) i wielu badań doświadczalnych. Dodać należy, że zagadnienia wytrzymałości, drgań i doboru materiałów konstrukcyjnych, szczególnie przy wyższych temperaturach, na szybko wirujące elementy maszyn wirnikowych są odmiennie, niż w maszynach tłokowych. W szczególności przez dłuższy czas nie potrafiono skutecznie rozwiązać zagadnień przepływowych, stąd znaczny okres, o wiele dłuższy niż w przypadku maszyn tłokowych, jaki upłynął od pierwszych patentów do zbudowania pierwszych udanych konstrukcji. Charakterystyczny jest tu przykład turbiny gazowej. Faktyczny rozwój konstrukcji maszyn wirnikowych rozpoczął się właściwie dopiero w początkach XX wieku. W grupie silników rozwinęły się pierwsze maszyny osiowe - turbiny parowe - zastępując stacjonarne parowe silniki tłokowe. W grupie maszyn roboczych - pomp i sprężarek, budowano najpierw maszyny promieniowe (odśrodkowe), gdzie proces przepływu okazał się początkowo łatwiejszy do opanowania. Obecnie promieniowe maszyny robocze są coraz szerzej zastępowane maszynami osiowymi, które mają lepszą sprawność i umożliwiają uzyskanie jeszcze większych wydajności. Dlatego też wirnikowe maszyny robocze w ogromnym zakresie zastąpiły maszyny tłokowe (wyporowe). Przykładowo - intensywny rozwój turbin gazowych rozpoczął się dopiero po drugiej wojnie światowej, przy czym już obecnie wyeliminowały one praktycznie całkowicie tłokowy silnik spalinowy w zastosowaniach lotniczych. Na zakończenie stwierdzić jednak należy, że istnieje wiele ważnych dziedzin i zakresów zastosowań, gdzie maszyny tłokowe (wyporowe) pozostają niezastąpione.

Poszczególne rodzaje maszyn wirnikowych ulepszone były dotąd praktycznie niezależnie, dlatego też mimo wspólnej zasady działania, terminologia i zależności opisujące ich pracę nie zostały dotychczas ujednolicone.

2. PODSTAWY TEORETYCZNE - TERMODYNAMIKA

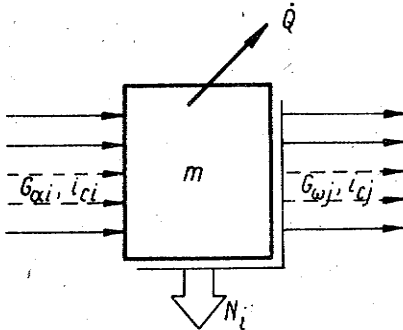
2.1. Zasady bilansowania w zastosowaniu do maszyn wirnikowych

W teorii i zastosowaniach maszyn wirnikowych istotne znaczenie mają bilanse masy i energii. W ogólniejszym przypadku, do maszyny wirnikowej dopływa szereg strumieni czynnika a wypływają z niej inne strumienie, co schematycznie zaznaczono na rys.2.1. Bilans masy w takim przypadku stanowi:

$$\frac{dm}{dt} = \sum_i G_{\alpha i} - \sum_j G_{\omega j}, \quad (2.1)$$

gdzie:

- m - masa czynnika zawartego w maszynie;
- $G_{\alpha i}$ - natężenie przepływu (masowe) i -tego strumienia czynnika dopływającego do maszyny;
- $G_{\omega j}$ - natężenie przepływu j -tego strumienia czynnika wypływającego z maszyny;
- i, j - liczba strumieni odpowiednio dopływających i wypływających.



Rys.2.1. Schemat maszyny dla sporządzania bilansów

W ustalonych, najczęściej rozpatrywanych warunkach pracy ($\frac{d}{dt} = 0$) bilans upraszcza się i wtedy:

$$\sum_i G_{\alpha i} = \sum_j G_{\omega j}. \quad (2.2)$$

W termodynamicznym ujęciu, maszyna wirnikowa jest układem otwartym, dla którego pierwsza zasada termodynamiki stanowi [10]:

$$\frac{dE_c}{dt} = \sum_i G_{\alpha i} i_{ci} - \sum_j G_{\omega j} i_{cj} - \frac{dL_t}{dt} - \frac{dQ}{dt}, \quad (2.3)$$

gdzie:

- E_c - całkowita energia czynnika zawartego w maszynie,
- i_c - całkowita entalpia właściwa czynnika w strumieniu dopływającym lub wypływającym z maszyny,
- $\frac{dL_t}{dt} = N_i$ - moc (wewnętrzna) przekazana przez czynnik na wał maszyny,
- $\frac{dQ}{dt} = \dot{Q}$ - strumień ciepła (moc cieplna) oddana przez czynnik do otoczenia.

Całkowita energia E_c obejmuje ogólnie wszystkie podlegające zmianie postacie energii. W przypadku maszyn wirnikowych ograniczyć się wystarczy tu do energii wewnętrznej U , energii kinetycznej E_k oraz potencjalnej E_p , czyli:

$$E_c = U + E_k + E_p. \quad (2.4)$$

Podobnie określona jest całkowita entalpia właściwa (wielkości właściwe, tj. odniesione do jednostki masy czynnika, oznaczamy małymi literami):

$$i_c = u + pv + e_k + e_p = i + e_k + e_p .$$

W ustalonych warunkach pracy maszyny bilans energii oczywiście upraszcza się:

$$\sum_i G_{\alpha i} i_{ci} - \sum_j G_{\omega j} i_{cj} = N_i + \dot{Q} . \quad (2.5)$$

Strumień ciepła \dot{Q} , reprezentujący straty ciepła do otoczenia, jest przeważnie znacznie mniejszy od pozostałych składników bilansu (poza maszynami z chłodzeniem) i wtedy można go pominąć a procesy przepływowe w maszynie wirnikowej traktować jako adiabatyczne.

2.2. Model własności czynnika roboczego. Para doskonała

Gaz doskonały i półdoskonały - jako modele własności czynnika roboczego - pozwalają na prosty opis tych własności w postaci analitycznej [10]. Modele te mają jednak ograniczony zakres zastosowań w przypadku cieplnych maszyn wirnikowych, gdyż potrzebną tu dokładność zapewniają praktycznie tylko w przypadku powietrza i spalin, w zakresie niezbyt wysokich ciśnień i temperatur. Przypomnieć tu należy, że wiele istotnych wyników analiz w zakresie termodynamiki i aerodynamiki (dynamika gazów) uzyskano wykorzystując pojęcie gazu doskonałego. W związku z tym istotne jest zbadanie możliwości wprowadzenia ogólniejszego modelu własności czynnika roboczego, pozwalającego na właściwe przybliżenie własności większej liczby rzeczywistych czynników roboczych, w tym własności pary wodnej, podstawowego - obok spalin - czynnika roboczego turbin cieplnych. Możliwości takie daje model tzw. pary doskonałej.

Jeśli rozpatrzyć nieskończenie małą izentropową zmianę stanu dowolnego gazu (czy pary), to względnej zmianie ciśnienia dp/p towarzyszyć będzie określona względna zmiana objętości właściwej dv/v , przy czym istnieje tu związek:

$$\frac{dp}{p} + k \frac{dv}{v} = 0 , \quad (2.6)$$

z którego wynika określenie wykładnika izentropy k .

Wykładnik ten jest ogólnie złożoną funkcją parametrów stanu czynnika i tylko w szczególnym przypadku gazu doskonałego i półdoskonałego równy jest:

$$k = \frac{c_p}{c_v} ,$$

gdzie:

c_p oraz c_v - oznaczają ciepło właściwe odpowiednio przy stałym ciśnieniu i stałej objętości.

Najczęściej, nawet przy stosunkowo dużych zmianach stanu czynnika, z wystarczającą dokładnością można traktować wykładnik k jako stały (równy średniej wartości w rozpatrywanym zakresie) i wtedy równanie (2.6) można scałkować, otrzymując:

$$p v^k = p_1 v_1^k \quad (2.7)$$

Konsekwencją pierwszej i drugiej zasady termodynamiki jest podstawowa zależność [10]:

$$ds = \frac{di - v dp}{T}, \quad (2.8)$$

z której wynika poniższy związek dla izentropy ($ds = 0$):

$$di_s = v dp \quad (2.9)$$

Łącząc zależności (2.7) oraz (2.9) otrzymujemy:

$$di_s = p_1^{\frac{1}{k}} v_1^{\frac{k-1}{k}} dp \quad (2.10)$$

W teorii ciepłych maszyn wirnikowych duże znaczenie ma pojęcie izentropowego przyrostu entalpii Δi_s (oznaczanego też H). Zwyczajowo za dodatnią uważa się zmianę entalpii zgodną z przeznaczeniem danej maszyny; tak więc w turbinie dodatnim będzie spadek (zmniejszenie) entalpii, a w sprężarce - przyrost (zwiększenie) entalpii. Izentropowy spadek entalpii Δi_s przy rozprężaniu czynnika od parametrów p_1, v_1 do ciśnienia p_2 otrzymujemy całkując zależność (2.10):

$$\Delta i_s = i_1 - i_{2s} = p_1^{\frac{1}{k}} v_1 \int_{p_2}^{p_1} p^{-\frac{1}{k}} dp = \frac{k}{k-1} p_1 v_1 \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} \right] \quad (2.11)$$

Podobnie dla sprężania uzyskamy:

$$\Delta i_s = \frac{k}{k-1} p_1 v_1 \left[\left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} - 1 \right] \quad (2.12)$$

Dla skrócenia zapisu oznaczamy:

$$\pi = \frac{p_2}{p_1}; \quad j_1 = \frac{k}{k-1} p_1 v_1;$$

- przy rozprężaniu:

$$\psi_k = 1 - \pi^{\frac{k-1}{k}},$$

- przy sprężaniu:

$$\psi_k = \pi^{\frac{k-1}{k}} - 1$$

i ogólnie:

$$\Delta i_s = j_1 \psi. \quad (2.13)$$

Ponieważ przy wyprowadzaniu zależności (2.13) nie wprowadzaliśmy ograniczeń co do właściwości czynnika, dotyczy więc ona dowolnego (rzeczywistego) gazu czy pary w zakresie, w którym wykładnik izentropy k można traktować jako stały. Identyczną zależność otrzymuje się też dla gazu doskonałego [10]. Należy tu jednak zwrócić uwagę na wyrażenie j_1 , które tylko w szczególnym przypadku gazu doskonałego równe jest:

$$j_1 = \frac{k}{k-1} p_1 v_1 = c_p T_1 = \frac{k}{k-1} R T_1. \quad (2.14)$$

Zależność (2.13) jest nieprzydatna tylko w przypadku $k = 1$. Wtedy jednak zależność (2.10) scałkować można natychmiast, otrzymując:

- przy rozprężaniu:

$$\Delta i_s = p_1 v_1 \ln \left(\frac{p_1}{p_2} \right), \quad (2.15)$$

- przy sprężaniu:

$$\Delta i_2 = p_1 v_1 \ln \left(\frac{p_2}{p_1} \right).$$

Dla dowolnej pary czy gazu można formalnie napisać równanie stanu w postaci [10]:

$$pv = z R T , \quad (2.16)$$

gdzie współczynnik ściśliwości - z - charakteryzuje odchylenie rozpatrywanego czynnika od właściwości gazu doskonałego, dla którego $z = 1$. Ogólnie współczynnik z jest złożoną funkcją parametrów stanu:

$$z = f(p, v) .$$

Wprowadzając pojęcie pary doskonałej Eichelberga (nazwa nawiązuje do gazu doskonałego), tj. ogólniejszego niż gaz doskonały (czy półdoskonały) modelu własności czynnika roboczego, postuluje się istnienie czynnika (pary) o następujących właściwościach [12]:

- rozpatrywany czynnik nie spełnia równania stanu gazu doskonałego, tj. jego współczynnik ściśliwości - z - nie jest równy 1;
- mimo to, wymagamy aby entalpia czynnika była określona zależnością (jak dla gazu doskonałego):

$$di = \frac{k}{k-1} d(pv) ; \quad (2.17)$$

- ponadto wymagamy, aby zależność parametrów czynnika od wykładnika izentropy - k - była na tyle nieznaczna, że parametry te mogą być wyznaczone przy stałym (uśrednionym) wykładniku - k , w stosunkowo dużych zakresach zmian.

W tych warunkach zależności (2.17) można scałkować, otrzymując:

$$i = j + i_0; \quad j = \frac{k}{k-1} pv , \quad (2.18)$$

gdzie:

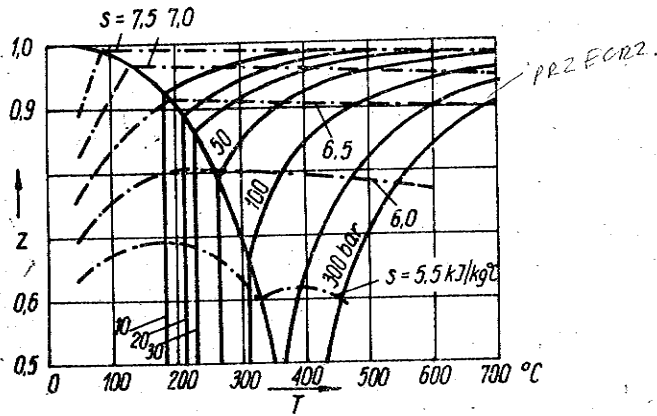
- j - jest tzw. entalpią normalną,
- i_0 - stałą związaną z wybranym stanem odniesienia (np. 0°C).

Wyłaniają się teraz dwa zasadnicze pytania: czy przyjęte wymagania odnośnie właściwości pary doskonałej nie są sprzeczne z zasadami termodynamiki oraz jeśli tak, to czy istnieją w przyrodzie podobne czynniki. Odpowiedź na oba pytania jest potwierdzająca.

Wykorzystując I i II zasadę termodynamiki można wykazać [12], że istnienie pary doskonałej jest teoretycznie możliwe, a jej osobliwością jest to, że współczynnik ściśliwości - z jest funkcją tylko entropii - s :

$$z = f(s) . \quad (2.19)$$

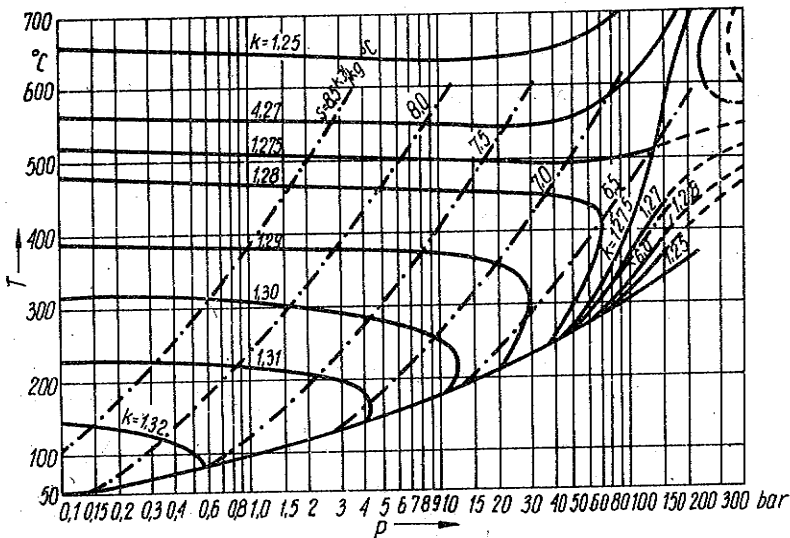
Właściwość (2.19) może być uważana za określenie pary doskonałej tj. czynnika, który w przemianie izentropowej zachowuje się jak gaz doskonały.



Rys.2.2. Współczynnik ściśliwości z pary wodnej w funkcji ciśnienia i temperatury (z liniami stałej entropii)

Okazuje się ponadto, że przegrzana para wodna może być z dobrym przybliżeniem traktowana jak para doskonała - rys.2.2 - małe odchylenia krzywych $s = \text{const}$ od poziomu, tj. od $z = \text{const}$ oraz rys.2.3 - mała zmienność wykładnika izentropii k w szerokim zakresie parametrów. W stosunkowo szerokich zakresach NH_3 oraz CO_2 mogą być również traktowane jak para doskonała.

Znaczenie teorii pary doskonałej polega na tym, że pozwala ona rozszerzyć zakres stosowalności wielu metod obliczeniowych i wyników



Rys.2.3. Wykładnik izentropii k dla przegrzanej pary wodnej

analiz, w szczególności termodynamiki i dynamiki gazów, uzyskanych przy wykorzystaniu gazu doskonałego, jako modelu własności czynnika roboczego. Jest to szczególnie istotne w przypadku turbin parowych, podstawowego obok turbin gazowych typu turbin cieplnych, wykorzystujących czynnik roboczy, który nie spełnia równania stanu gazu doskonałego i bezpośrednie wykorzystanie odpowiednich zależności nie jest możliwe.

Obliczenia i analizy przy wykorzystaniu pary doskonałej są bardzo podobne jak w przypadku gazu doskonałego. Jako zmienne niezależne należy wybrać p oraz j (2.22) zamiast p oraz T , a uzyskiwane przy tym zależności mają tę samą strukturę matematyczną. Praktycznie oznacza to, że przejście od gazu doskonałego do pary idealnej wymaga jedynie zapisania równań w takiej postaci, aby wyeliminować temperaturę, tj. zastąpić odpowiednio:

$$\left. \begin{array}{l} - \text{temperaturę } T \quad \text{przez: } \frac{k-1}{k} \frac{j}{R} , \\ - \text{ciepło właściwe } c_p \quad \text{przez: } \frac{k}{k-1} R , \\ - \text{ciepło właściwe } c_v \quad \text{przez: } \frac{1}{k-1} R , \\ - \text{entropię } s \quad \text{przez: } R Y . \end{array} \right\} \quad (2.20)$$

Funkcja Y określona jest tu jako:

$$dY = \frac{k}{k-1} \frac{dq_{\text{rev}}}{j} = \frac{k}{k-1} \frac{dj}{j} - \frac{dp}{p} ; \quad dq_{\text{rev}} = Tds , \quad (2.20a)$$

gdzie:

j_0 oraz p_0 - oznaczają wartości w stanie odniesienia.

Przykładowo - zamiast równania stanu gazu doskonałego:

$$pv = RT , \quad (2.21)$$

otrzymujemy dla pary doskonałej równanie:

$$pv = \frac{k-1}{k} j . \quad (2.22)$$

Stwierdzamy więc, że gaz doskonały jest szczególnym, prostszym przypadkiem pary doskonałej - ogólniejszego modelu własności czynnika. Główna różnica polega na tym, że w przypadku pary doskonałej entalpia nie określa jednoznacznie temperatury (zależność (2.14) dotyczy tylko gazu doskonałego). Wynika stąd ważne stwierdzenie, że stosowanie modelu pary doskonałej traci sens w przypadku procesów, w których wymiana ciepła odgrywa istotną rolę. Ograniczenie to jest na ogół nieistotne w przypadku maszyn wirnikowych, gdzie procesy przepływowe mogą być przeważnie traktowane jako adiabatyczne.

Stwierdzić też należy, że właściwości wielu innych par i gazów mających znaczenie techniczne, w tym mokrej pary wodnej, znacznie odbiegają od właściwości pary doskonałej. W tych przypadkach nie ma praktycznie możliwości zastosowania wygodnego, analitycznego opisu właściwości czynnika a w obliczeniach dla konkretnych przypadków wykorzystuje się dane z odpowiednich tablic czy wykresów.

Przy wykonywaniu takich obliczeń z użyciem elektrycznej maszyny cyfrowej (emc) możliwe jest bądź bezpośrednio wprowadzenie tablic do pamięci maszyny i opracowanie algorytmu interpolacyjnego, albo wykorzystanie odpowiednich zależności analitycznych pomiędzy parametrami czynnika. Zależności takie stanowią aproksymację danych doświadczalnych (tablic). W przypadku czynnika jednofazowego zwykle wystarczają poniższe zależności:

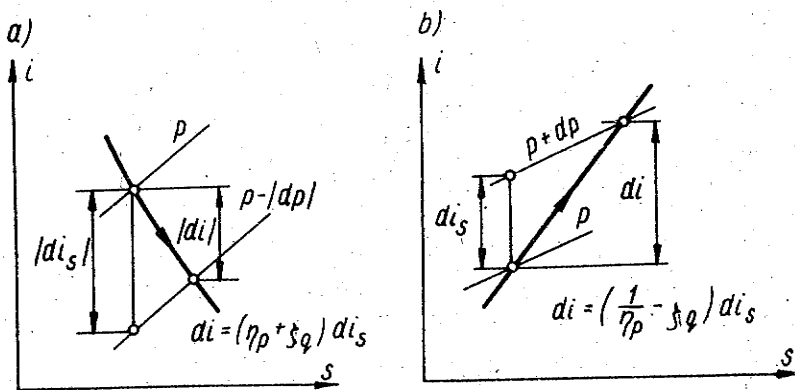
$$i=f_1(p;T); \quad v=f_2(p;i); \quad T=f_3(p;i); \quad s=f_4(p;i); \quad i=f_5(p;s), \quad (2.23)$$

przy czym izentropowy spadek entalpii np. przy rozprężaniu czynnika i od parametrów p_1, i_1 do ciśnienia p_2 wyznacza się w sekwencji:

$$s_1 = f_4(p_1; i_1); \quad i_{2s} = f_5(p_2; s_1); \quad \Delta i_s = i_1 - i_{2s}. \quad (2.24)$$

2.3. Sprawność politropowa i wykładnik politropy

Przemiany stanu płynącego czynnika mogą w ogólnym przypadku przebiegać przy wymianie masy, ciepła, energii mechanicznej oraz innych postaci energii z otoczeniem. W przypadku maszyn wirnikowych rozważania można przeważnie ograniczyć do procesów bez ciągłej wymiany masy (nie wyklucza to rozpatrywania łączenia się kilku strumie-



Rys.2.4. Określenie sprawności politropowej: a) przy rozprężaniu, b) przy sprężaniu czynnika

ni masy lub rozdzielania ich) z wymianą energii mechanicznej i ciepła, a zwykle również i do procesów adiabatycznych, tj. bez wymiany ciepła z otoczeniem.

Rozpatrzmy [12] nieskończenie małe rozprężenie czynnika dp z zamianą części pracy rozprężania na ciepło dq_T w wyniku tarcia i z wymianą ciepła dq z otoczeniem w wyniku chłodzenia (rys.2.4a). Przy rozprężaniu tym czynnik wykonuje pracę (techniczną - układ otwarty) dL_t mniejszą od pracy - vdp w procesie bez tarcia. Praca vdp jest równa zmianie entalpii di_s (rys.2.4a) w procesie izentropowym (zależność 2.9), czyli:

$$-di_s = -vdp = dL_t + dq_T \quad (2.25)$$

Pamiętać należy o umowie odnośnie znaków wielkości nieskończenie małych, zgodnie z którą przy rozprężaniu dp , di , di_s są ujemne, praca dL_t wykonana przez czynnik - dodatnia, ciepło dq odprowadzone do otoczenia - ujemne itp. Ciepło dq_T wynikające z dysypacji energii jest zawsze dodatnie.

Dla oceny wpływu tarcia wprowadza się tu sprawność politropową [12], określoną jako:

$$\eta_p = \frac{dL_t}{-vdp} = \frac{dL_t}{-di_s} \quad (2.26)$$

Ciepło tarcia dq_T , równe różnicy pracy - vdp oraz dL_t , wynosi:

$$dq_T = -(1 - \eta_p) di_s \quad (2.27)$$

Dla oceny intensywności chłodzenia (wymiany ciepła z otoczeniem) wprowadza się współczynnik intensywności chłodzenia ξ_q , określony jako:

$$\xi_q = \frac{dq}{di_s} \quad (2.28)$$

Bilans energii rozpatrywanego procesu rozprężania stanowi

$$di = -dL_t + dq = (\eta_p + \xi_q) di_s, \quad (2.29)$$

a zmiana entropii wynosi:

$$ds = \frac{dq + dq_T}{T} = \frac{-(1 - \eta_p - \xi_q) di_s}{T} \quad (2.30)$$

Zmiany ciśnienia i objętości w rozpatrywanym rozprężaniu można związać zależnością:

$$\frac{dp}{p} + n \frac{dv}{v} = 0, \quad (2.31)$$

z której wynika określenie wykładnika politropy n .

Przyjmując dalej, że rozpatrywany czynnik roboczy ma charakter pary doskonałej (założenie ograniczające) można powiązać wykładnik n z wielkościami η_p , ξ_q oraz k .

Zauważmy (zal. 2.22), że:

$$\frac{dj}{j} = \frac{d(pv)}{pv} = \frac{dv}{v} + \frac{dp}{p},$$

skąd, po uwzględnieniu zależności (2.31), otrzymujemy:

$$\frac{dp}{p} = \frac{n}{n-1} \frac{dj}{j}. \quad (2.32)$$

Z określenia funkcji Y (zal. 2.20a) wynika też:

$$\frac{dp}{p} = \frac{k}{k-1} \frac{dj}{j} - dY; \quad dY = \frac{k}{k-1} \frac{T ds}{j}. \quad (2.33)$$

Łącząc zależności (2.32) oraz (2.33) przy uwzględnieniu zal. (2.30), po przekształceniach otrzymujemy:

$$\frac{n}{n-1} = \frac{k}{k-1} \left(\frac{1}{\eta_p + \xi_q} \right), \quad \text{skąd } n = \frac{k}{k - (\eta_p + \xi_q)(k-1)}. \quad (2.34)$$

Jeśli przechodząc do rozprężania w skończonym zakresie można przyjąć praktycznie stałe wartości k , η_p oraz ξ_q (założenie ograniczające), to wykładnik n jest również stały i zależność (2.31) można scałkować (podobnie jak zal. 2.6), otrzymując:

$$pv^n = \text{const}. \quad (2.35)$$

Zależności (2.34) oraz (2.35) określają zmiany stanu czynnika w procesie rozprężania z wymianą ciepła z otoczeniem (diabatyicznego) oraz z tarcie.

Dla prostszego przypadku adiabatycznego rozprężania z tarcie wobec $\xi_q = 0$, otrzymujemy:

$$\eta_p = \frac{di}{di_s} \quad \text{oraz} \quad n = \frac{k}{k - \eta_p(k-1)}. \quad (2.36)$$

Analogiczne zależności można wskazać również dla sprężania (rys.2.4b). Wykorzystując zależność (2.25) określa się sprawność po-

litropową sprężania (przy sprężaniu $di, di_s, dp > 0$ oraz $dL_t < 0$) jako:

$$\eta_p = \frac{-vdp}{dL_t} = \frac{-di_s}{dL_t} \quad (2.37)$$

Należy zwrócić uwagę, że przy sprężaniu sprawność określona jest stosunkiem odwrotnym niż przy rozprężaniu.

Praca tarcia (i ciepło tarcia) równa jest tu:

$$dq_r = \left(\frac{1}{\eta_p} - 1 \right) di_s \quad (2.38)$$

Współczynnik intensywności chłodzenia określa się jako:

$$\xi_q = \frac{-dq}{di_s} \quad (2.39)$$

przy czym bilans energii ma postać:

$$di = \left(\frac{1}{\eta_p} - \xi_q \right) di_s \quad (2.40)$$

Wykładnik politropy sprężania $pv^n = \text{const}$ równy jest:

$$n = \frac{k}{k - \left(\frac{1}{\eta_p} - \xi_q \right) (k-1)} \quad (2.41)$$

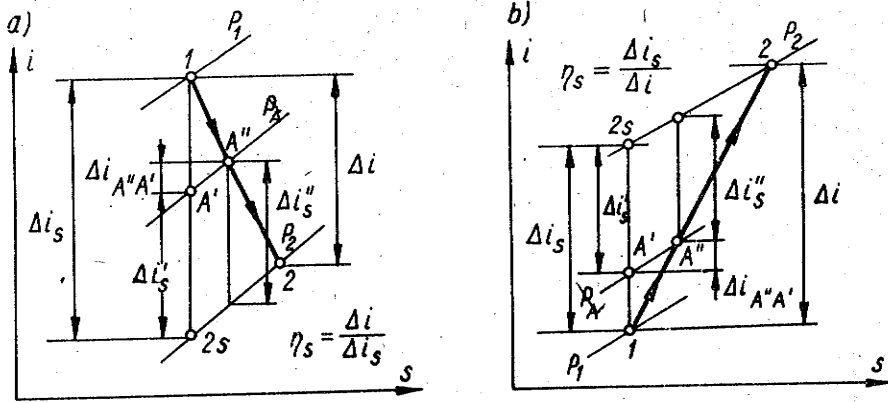
W przypadku sprężania adiabatycznego ($\xi_q = 0$) otrzymujemy:

$$\eta_p = \frac{di_s}{di} \quad \text{oraz} \quad n = \frac{k}{k - \frac{k-1}{\eta_p}} \quad (2.42)$$

2.4. Sprawność przemian adiabatycznych i wskaźnik samogrzanania

Procesy przepływowe w ciepłych maszynach wirnikowych mogą być często, jak wskazaliśmy, traktowane jako adiabatyczne. Stąd znaczenie przemian adiabatycznych w teorii ciepłych maszyn wirnikowych.

Na rys.2.5a przedstawiono adiabatyczny ($\xi_q=0$) proces rozprężania z tarciami od parametrów początkowych p_1, i_1 do ciśnienia p_2 .



Rys.2.5. Określenie sprawności izentropowej: a) w procesie rozprężania, b) w procesie sprężania czynnika

Sprawnością izentropową takiego procesu rozprężania nazywamy stosunek:

$$\eta_s = \frac{\Delta i}{\Delta i_s}, \quad (2.43)$$

gdzie:

- Δi - oznacza rzeczywisty, *z p. ent*
- Δi_s - izentropowy spadek entalpii.

Rozpatrzmy proces rozprężania od ciśnienia p_A , mniejszego od p_1 , do ciśnienia p_2 (rys.2.5a). Straty tarcia, które wystąpiły na poprzednim odcinku procesu rozprężania, w zakresie ciśnień $p_1 - p_A$, spowodowały ogrzanie (samoogrzanie) czynnika tak, że dalszy proces rozprężania zaczyna się w punkcie A'' zamiast w punkcie A' , przy rozprężaniu bez strat (izentropowym). Entalpia, temperatura i objętość właściwa, a więc i zdolność czynnika do wykonania pracy, są w punkcie A'' większe niż w punkcie A' . Istotnie, spadek izentropowy $\Delta i_s''$ jest większy od spadku $\Delta i_s'$ (rys.2.5a):

$$\Delta i_s'' - \Delta i_s' = j_{A''} \psi_t - j_{A'} \psi_t = (j_{A''} - j_{A'}) \psi_t = \Delta i_{A'' A'} \psi_t, \quad (2.44)$$

gdyż:

$$j_{A''} - j_{A'} = i_{A''} - i_{A'} = \Delta i_{A'' A'}$$

Stwierdzamy więc, że nastąpiło tu częściowe odzyskanie strat poniesionych w trakcie rozprężania na odcinku od ciśnienia p_1 do p_A .

Praca Δi_s przy izentropowym rozprężaniu od punktu 1 do 2_s wynosi:

$$\Delta i_s = - \int_{p_1}^{p_2} v_s dp = j_1 \psi_t . \quad (2.45)$$

Praca L_t rzeczywistego rozprężania od punktu 1 do 2, zgodnie z zależnościami (2.25) i (2.26) jest równa:

$$L_t = \Delta i = - \int_{p_1}^{p_2} \eta_p v dp = \bar{\eta}_p \int_{p_2}^{p_1} v dp , \quad (2.46)$$

gdzie:

$\bar{\eta}_p$ - oznacza średnią wartość sprawności politropowej.

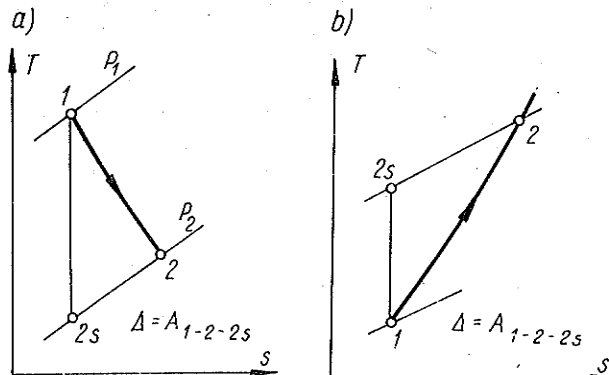
Zachodzi tu relacja:

$$\int_{p_2}^{p_1} v dp = \Delta i_s + \Delta , \quad (2.47)$$

gdzie:

Δ - oznacza pewien przyrost wynikający stąd, że objętość właściwa v (na linii 1-2) jest większa od odpowiadającej jej (tj. przy tym samym ciśnieniu) objętości v_s (na izentropie 1- 2_s).

Przyrost Δ równy jest polu 1-2- 2_s na wykresie rozprężania we współrzędnych T-s (rys.2.6a).



Rys.2.6. Objaśnienie do określenia wskaźnika samoogrzania: a) w procesie rozprężania, b) w procesie sprężania czynnika

Łącząc zależności (2.43) (2.46) i (2.47), otrzymujemy:

$$\eta_s = \bar{\eta}_p \left(1 + \frac{\Delta}{\Delta i_s} \right). \quad (2.48)$$

Stosunek:

$$f_\infty = \frac{\Delta}{\Delta i_s}, \quad (2.49)$$

określa wskaźnik samoogrzania f_∞ , nazywany też przy rozprężaniu - współczynnikiem odzyskania ciepła.

Otrzymana ważna zależność:

$$\eta_s = \bar{\eta}_p (1 + f_\infty), \quad (2.50)$$

łączy sprawność politropową ze sprawnością izentropową.

Mnożnik $(1 + f_\infty)$, uwzględniający odzyskanie strat, jest zawsze większy od jedności. Stwierdzamy więc, że sprawność izentropowa jest zawsze większa od średniej sprawności politropowej. Tylko w przypadku nieskończonej małej zmiany ciśnienia sprawności η_p oraz η_s są równe.

Dla określenia wskaźnika samoogrzania przekształca się zależność (2.48), z wykorzystaniem (2.45) i (2.46):

$$1 + f_\infty = \frac{\eta_s}{\bar{\eta}_p} = \frac{\Delta i}{\bar{\eta}_p \Delta i_s} = \frac{\int_{p_2}^{p_1} v dp}{j_1 \psi_t}.$$

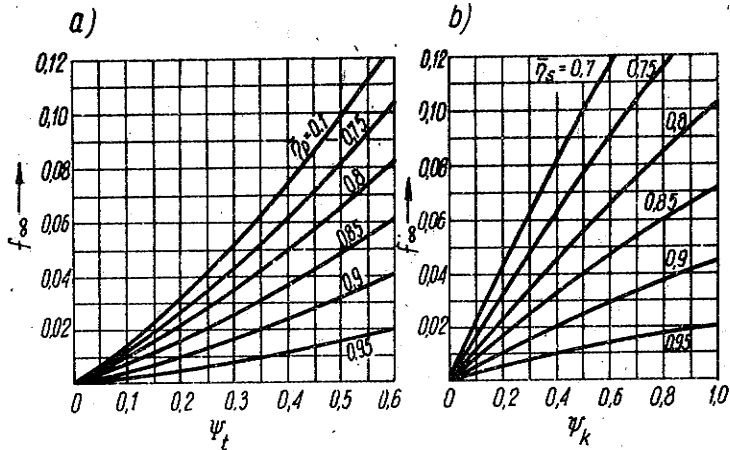
Wyznaczając objętość v z równania politropy $p v^n = p_1 v_1^n$ oblicza się występującą tu całkę, otrzymując po przekształceniach [12]:

$$1 + f_\infty = \frac{1}{\bar{\eta}_p} \frac{1 - (1 - \psi_t)^{\bar{\eta}_p}}{\psi_t}. \quad (2.51)$$

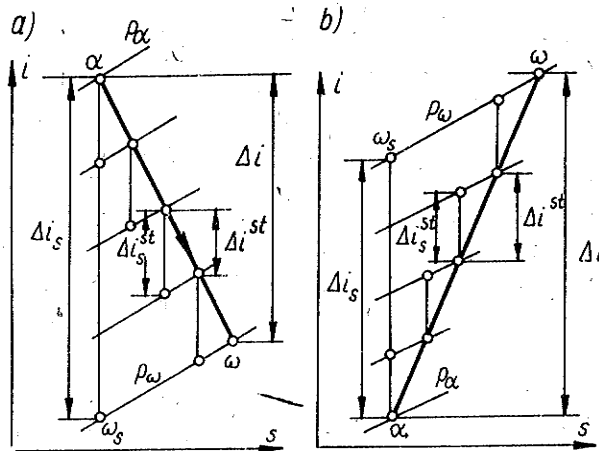
Zależność tę przedstawiono graficznie na rys. 2.7a.

Rozpatrzmy jeszcze proces rozprężania złożony z szeregu odcinków (rys.2.8a). Odcinki te odpowiadają procesom rozprężania w poszczególnych stopniach grupy stopni turbinowych. Sprawność stopnia

η_s^{st} oraz sprawność grupy η_s równe są odpowiednio (zal. 2.43):



Rys.2.7. Wskaźnik samoogrzania: a) w procesie sprężania, b) w procesie różprężania



Rys.2.8. Objasnienie do określania sprawności grupy stopni: a) turbinowych, b) sprężarkowych

$$\eta_s^{st} = \frac{\Delta i^{st}}{\Delta i_s^{st}}, \quad \eta_s = \frac{\Delta i}{\Delta i_s} \quad (2.52)$$

Zauważmy, że spadek entalpii Δi (tj. praca) grupy stopni jest sumą spadków Δi^{st} poszczególnych stopni (rys.2.8a):

$$\Delta i = \sum_z \Delta i_s^{st} = z \bar{\Delta i}_s^{st},$$

gdzie:

z - liczba stopni w grupie,

$\bar{\Delta i}_s^{st}$ - średni spadek entalpii stopnia.

Natomiast suma izentropowych spadków entalpii stopni Δi_s^{st} jest większa od izentropowego spadku grupy Δi_s , zgodnie z poprzednimi rozważaniami (zal. 2.44), czyli:

$$\sum_z \Delta i_s^{st} = z \bar{\Delta i}_s^{st} = \Delta i_s (1 + f). \quad (2.53)$$

gdzie:

$\bar{\Delta i}_s^{st}$ - jest średnim spadkiem izentropowym stopnia, a mnożnik $(1 + f)$ jest zawsze dodatni.

Łącząc powyższe zależności otrzymujemy drugi ważny związek:

$$\eta_s = \bar{\eta}_s^{st} (1 + f), \quad (2.54)$$

oznaczający, że sprawność grupy stopni turbinowych jest większa od średniej sprawności stopnia w tej grupie.

Można też wykazać [12], że z dobrym przybliżeniem słuszna jest relacja, wynikająca z geometrycznych zależności na rys.2.8a

$$f = f_\infty \left(1 - \frac{1}{z}\right), \quad (2.55)$$

wiążąca wielkość f ze współczynnikiem odzyskania ciepła f_∞ . Przy odpowiednio dużej liczbie stopni współczynniki f oraz f_∞ są więc praktycznie równe.

Ten sam sposób analizy zastosować można również i do adiabatycznego procesu sprężania ze stratami (rys.2.5b). Sprawność izentropowa takiego procesu sprężania określona jest jako:

$$\eta_s = \frac{\Delta i_s}{\Delta i_s'}, \quad (2.56)$$

a więc przez stosunek odwrotny jak w przypadku rozprężania. Sprawność η_s jest tu mniejsza od średniej wartości sprawności poliotropowej $\bar{\eta}_p$, gdyż spadek $\Delta i_s''$ jest większy od spadku $\Delta i_s'$, odwrotnie niż η_p w przypadku rozprężania. Istotnie, straty tarcia w początkowym odcinku sprężania powodują dodatkowe podgrzanie (samoogrzanie) czynnika, czemu towarzyszy wzrost objętości właściwej, a więc i wzrost zapotrzebowania pracy na pozostałym odcinku procesu sprężania. W związku z tym zamiast odzyskania ciepła przy sprężaniu występują straty nagrzewania i miejsce zależności (2.50) zajmuje relacje:

$$\eta_s = \frac{\bar{\eta}_p}{1 + f_\infty}, \quad (2.57)$$

przy czym wskaźnik samoogrzania (współczynnik strat nagrzewania) równy jest jak poprzednio:

$$f_\infty = \frac{\Delta}{\Delta i_s}, \quad (2.58)$$

gdzie:

Δ - określona jest polem 1-2-2s na wykresie sprężania we współrzędnych T-s (rys.2.6b).

Analogicznie do zal. (2.51) otrzymuje się tu związek [12]:

$$1 + f_\infty = \bar{\eta}_p \frac{(\psi_k + 1) \frac{1}{\bar{\eta}_p} - 1}{\psi_k}, \quad (2.59)$$

przedstawiony również na rys. 2.7b.

Jeśli proces sprężania realizowany jest w przybliżeniu jednakowych z stopniach, to:

$$\eta_s = \frac{\bar{\eta}_s^{st}}{1 + f}; \quad f = f_\infty \left(1 - \frac{1}{z}\right). \quad (2.60)$$

gdzie:

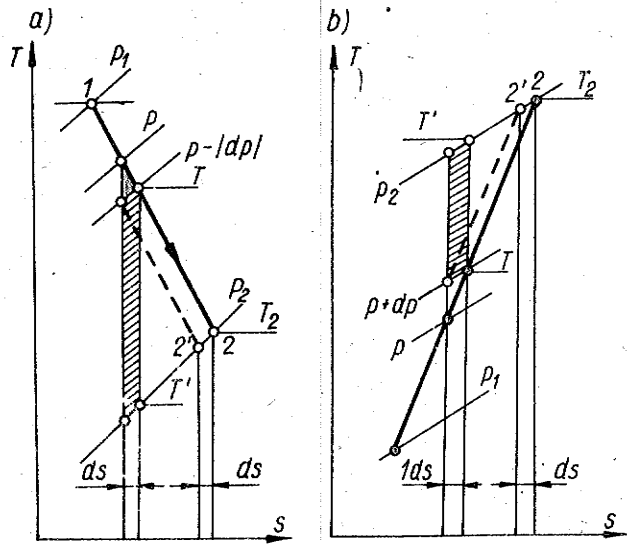
$\bar{\eta}_s^{st}$ - oznacza średnią izentropową sprawność stopnia.

Stwierdzamy, że sprawność grupy stopni sprężarkowych jest mniejsza od średniej sprawności stopnia w tej grupie, odwrotnie jak w przypadku grupy stopni turbinowych.

W poprzednich rozważaniach wykazaliśmy, że w związku ze zjawiskiem samoogrzania straty występujące na początku procesu rozprężania są mniej szkodliwe niż straty w końcu procesu. Odwrotnie, w procesie sprężania szczególnie groźne są straty na początku procesu. Zbadajmy dokładniej wpływ straty miejscowej na straty całego procesu rozprężania [12]. Niech przy rozprężaniu od ciśnienia p dc p-|dp| występuje strata, odpowiadająca ciepłu tarcia $dq_\tau = T ds$ (rys.2.9a). Ogrzanie czynnika o dq_τ powoduje przyrost izentropowego spadku entalpii o wielkość odpowiadającą zakreskowanemu polu na rys.2.9a, tj. o $(T - T')ds$.

Sumaryczna strata pracy rozprężania dL_{str} równa jest więc różnicy straty miejscowej dq_τ i odzyskania ciepła:

$$dL_{str} = dq_\tau - (T - T')ds = T' ds, \quad (2.61)$$



NAJGORSZE
 EFEKTYWA - KRAJ
 PODJĘTKU
 NA KONIEC - SPE
 MEDIC
 INSTYTUT

Rys.2.9. Wpływ straty miejscowej na stratę sumaryczną: a) w procesie rozprężania, b) w procesie sprężania czynnika

gdzie:

T' - określona jest na rys.2.9a.

Wprowadzając współczynnik zmniejszenia miejscowych strat:

$$d = \frac{dL_{str}}{dq_r} = \frac{T'}{T} \quad (2.62)$$

stwierdzamy, że $d < 1$ gdyż $T' < T$.

Współczynnik d nie uwzględnia faktu, że dalsza część procesu rozprężania do ciśnienia p_2 nie przebiega izentropowo, wobec czego nie cały przyrost $(T - T')$ ds zamieniany jest na pracę. Stąd sumaryczna strata dL'_{str} z uwzględnieniem mniejszej od 1 sprawności procesu rozprężania na odcinku od $p - |dp|$ do p_2 wynosi (rys. 2.9a):

$$dL'_{str} = T_2 ds \quad (2.63)$$

a współczynnik:

$$d' = \frac{dL'_{str}}{dq_r} = \frac{T_2}{T'} \quad (2.64)$$

jest nieco większy od współczynnika d wobec $T_2 > T'$.

cz. 012. 6010

Stosując to samo podejście w przypadku procesu sprężania (rys. 2.9b) stwierdzamy, że miejscowa strata dq_{τ} powiększa izentropowy spadek entalpii następującej po niej części procesu sprężania tak, że sumaryczna strata pracy sprężania wynosi:

$$dL_{str} = dq_{\tau} + (T' - T)ds = T'ds . \quad (2.65)$$

Podobnie współczynniki d oraz d' równe są:

$$d = \frac{dL_{str}}{dq} = \frac{T'}{T} ; \quad d' = \frac{T_2}{T} , \quad (2.66)$$

przy czym zachodzą tu zasadniczo inne relacje niż przy rozprężaniu $d' > d > 1$, co oznacza, że miejscowa strata ulega jakby "wzmocnieniu" w trakcie następującego po niej procesu.

W związku z tym w projektowaniu sprężarek szczególnie ważne jest zmniejszenie strat w pierwszych stopniach, podczas gdy w przypadku turbin możliwe są tu pewne odstępstwa od największej sprawności, na korzyść innych wymagań stawianych w maszynie.

3. PODSTAWY TEORETYCZNE - MECHANIKA PŁYNÓW

3.1. Równania podstawowe

Przepływowi płynu przez elementy maszyn wirnikowych towarzyszy kompleks tak złożonych zjawisk, że właściwe jego ujęcie teoretyczne będzie jeszcze, jak się wydaje, nieprędko możliwe. Związane jest to z ogromnymi trudnościami występującymi przy próbach rozwiązania układu równań opisujących taki przepływ. Tym niemniej dobre rozumienie fizyki zjawisk i podstaw teoretycznych jest z inżynierskiego punktu widzenia często ważniejsze niż same metody rozwiązań. Ma ono bowiem zasadnicze znaczenie zarówno przy wyborze i ocenie możliwości i celowości zastosowania konkretnych sposobów opisu matematycznego zjawisk, z konieczności obecnie uproszczonych, jak i przy planowaniu badań doświadczalnych i interpretacji ich wyników. Z tego względu przypomniane zostaną dalej podstawowe zależności opisujące przepływ płynu, wynikające z praw zachowania masy, pędu i energii.

Przepływ dowolnego czynnika roboczego rozpatrzmy we współrzędnych prostokątnych x_1, x_2, x_3 - w skrócie x_i - $i = 1 \div 3$. Dla uproszczenia zapisu przyjmujemy, że jeśli w jakimkolwiek wyrażeniu dwukrotnie wystąpi ten sam indeks, to oznacza to sumowanie od 1 do 3. Stąd $a_i x_j$ oznacza po prostu iloczyn składowych a_i oraz x_j np.

$a_2 x_3$ natomiast $a_i x_i = a_1 x_1 + a_2 x_2 + a_3 x_3$. Podobnie $\frac{\partial a_i}{\partial x_j}$ oznacza dowolną pochodną np. $\frac{\partial a_1}{\partial x_3}$, ale jednocześnie:

$$\frac{\partial a_i}{\partial x_i} = \frac{\partial a_1}{\partial x_1} + \frac{\partial a_2}{\partial x_2} + \frac{\partial a_3}{\partial x_3}.$$

Przy wykorzystaniu tych oznaczeń równanie ciągłości przepływu, będące konsekwencją prawa zachowania masy, ma postać:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho c_i) = 0, \quad (3.1)$$

gdzie pierwszy składnik oznacza zmianę masy czynnika zawartej wewnątrz kontrolnego elementu, a drugi - różnicę mas dopływających i wypływających z elementu kontrolnego o wymiarach dx_1, dx_2, dx_3 [12].

Prawo zachowania pędu przedstawimy w formie:

przyspieszenie = siła/masa.

W wyniku otrzymujemy równanie ruchu jako zestaw trzech równań skalarnych o postaci [12]:

$$\frac{Dc_i}{dt} = \frac{\partial c_i}{\partial t} + c_j \frac{\partial c_i}{\partial x_j} = F_i + \frac{1}{\rho} \frac{\partial S_{ij}}{\partial x_j}. \quad (3.2)$$

Jest to ogólna postać równania ruchu tzw. równanie w naprężeniach, przy czym:

- c - oznacza prędkość,
- ρ - gęstość,
- D/dt - pochodną substancjalną, *ZMIANA ZACHODZĄCA W PÓRÓDZIECIEJ WŁAŚCIWOŚCIACH ELEMENTÓW - ZMIANAM W W. CZĘŚCI 60 WST.*
- $\frac{\partial}{\partial t}$ - pochodną lokalną, *- ZMIANAM W CZASIE W STREŻENIU PRZEMOCY*
- $c_j \frac{\partial}{\partial x_j}$ - pochodną konwekcyjną, *- ZMIANAM ZWIĄZANYCH Z PRZEMOCY (DL. PŁYNU W INNEJ POZOSTAJĄCE*
- F - jednostkową siłę masową,
- S_{ij} - jest tensorem naprężeń działających na element płynu [8].

Tensor S_{ij} ma 9 składowych:

$$S_{ij} = \begin{vmatrix} P_{11} & \tau_{12} & \tau_{13} \\ \tau_{21} & P_{22} & \tau_{23} \\ \tau_{31} & \tau_{32} & P_{33} \end{vmatrix}, \quad (3.3)$$

przy czym:

p - oznacza składowe normalne,
 τ - składowe styczne naprężenia.

Można wykazać, że tensor S_{ij} jest symetryczny [8] tj.:

$$\tau_{12} = \tau_{21}, \quad \tau_{13} = \tau_{31} \quad \text{oraz} \quad \tau_{23} = \tau_{32}.$$

Dla skonkretyzowania postaci równania ruchu (3.2), należy określić związki między naprężeniami tj. składowymi tensora S_{ij} a innymi parametrami przepływu. Niezbędne okazuje się tu wprowadzenie założeń odnośnie własności czynnika (płynu). Racjonalne założenia wynikać muszą oczywiście z uogólnionych danych doświadczalnych.

Lepkość płynów rzeczywistych powoduje, że stawiają one opór przy deformacji (odkształceniach postaci). Zgodnie z hipotezą Newtona naprężenia styczne τ są proporcjonalne do prędkości odkształcenia $\frac{du}{dy}$:

$$\tau = \mu \frac{du}{dy}, \quad (3.4)$$

gdzie:

μ - oznacza współczynnik lepkości (współczynnik tarcia wewnętrznego), który jest parametrem fizycznym płynu zależnym od jego stanu, tj. od temperatury i ciśnienia.

Hipoteza Newtona związana jest z bardzo prostym przypadkiem jednostajnego ruchu dwóch równoległych, płaskich płytek, przy czym du/dy (tj. prędkość odkształcenia) oznacza pochodną prędkości płynu w kierunku prostopadłym do powierzchni płytki.

W rozpatrywanym ogólnym przypadku przepływu przestrzennego prędkość odkształcenia określona jest tensorem prędkości deformacji wynikającym z rozważań kinematycznych [8]. Stokes uogólnił hipotezę Newtona zakładając, że każda z 6 składowych tensora naprężeń zależy liniowo od wszystkich 6 składowych tensora prędkości deformacji (również tensor symetryczny). Przy założeniu izotropowości płynu i wprowadzeniu ciśnienia statycznego p prowadzi to do następujących związków między naprężeniami a odkształceniami.

$$P_{11} = -p + \mu_1 \left(\frac{\partial c_1}{\partial x_1} + \frac{\partial c_2}{\partial x_2} + \frac{\partial c_3}{\partial x_3} \right) + 2\mu \frac{\partial c_1}{\partial x_1},$$

WYKAZ
KONTROLI
58 20110
PRAWNIK

$$\left. \begin{aligned}
 p_{22} &= -p + \mu_1 \left(\frac{\partial c_1}{\partial x_1} + \frac{\partial c_2}{\partial x_2} + \frac{\partial c_3}{\partial x_3} \right) + 2\mu \frac{\partial c_2}{\partial x_2}, \\
 p_{33} &= -p + \mu_1 \left(\frac{\partial c_1}{\partial x_1} + \frac{\partial c_2}{\partial x_2} + \frac{\partial c_3}{\partial x_3} \right) + 2\mu \frac{\partial c_3}{\partial x_3}, \\
 \tau_{12} &= \tau_{21} = \mu \left(\frac{\partial c_2}{\partial x_1} + \frac{\partial c_1}{\partial x_2} \right), \\
 \tau_{13} &= \tau_{31} = \mu \left(\frac{\partial c_3}{\partial x_1} + \frac{\partial c_1}{\partial x_3} \right), \\
 \tau_{23} &= \tau_{32} = \mu \left(\frac{\partial c_3}{\partial x_2} + \frac{\partial c_2}{\partial x_3} \right),
 \end{aligned} \right\} \quad (3.5)$$

gdzie współczynnik μ_1 , mający podobnie jak μ charakter parametru fizycznego płynu, nazywany bywa drugim współczynnikiem lepkości. Ogólnie $3\mu_1 + 2\mu \geq 0$, jednak zwykle przyjmuje się tu:

$$\mu_1 = -\frac{2}{3}\mu. \quad (3.6)$$

Z inżynierskiego punktu widzenia czynniki robocze stosowane w maszynach wirnikowych w związanym zakresie parametrów z wystarczającą dokładnością spełniają związki (3.5) i (3.6). Należy jednak pamiętać, że istnieje wiele płynów o odmiennych właściwościach.

Przy uwzględnieniu (3.5) i (3.6) równanie ruchu uzyskuje postać równania Naviera - Stokesa [12]:

$$\frac{Dc_i}{Dt} = \frac{\partial c_i}{\partial t} + c_j \frac{\partial c_i}{\partial x_j} = F_i - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j}, \quad (3.7)$$

przy czym:

$$\frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} = \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_1} + \frac{\partial \tau_{i2}}{\partial x_2} + \frac{\partial \tau_{i3}}{\partial x_3},$$

gdzie:

$$\tau_{ij} = \mu \left[\frac{\partial c_i}{\partial x_j} + \frac{\partial c_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \frac{\partial c_\alpha}{\partial x_\alpha} \delta_{ij} \right] \quad (3.7a)$$

Handwritten note: Wzrost lepkości z prędkością przepływu.

oraz:

$$\delta_{ij} = 1 \text{ dla } i = j \text{ lub } \delta_{ij} = 0 \text{ dla } i \neq j.$$

Równanie energii, będące konsekwencją zastosowania prawa zachowania energii (1 zasada termodynamiki), przy uwzględnieniu (3.5) i (3.6) można przedstawić w postaci (wyprowadzenie patrz np. [8, 12]):

$$\frac{D\left(i + \frac{c^2}{2}\right)}{dt} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial t} + F_i c_i + \frac{c_i}{\rho} \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} + \frac{1}{\rho} \tau_{ij} \frac{\partial c_i}{\partial x_j} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial q_i}{\partial x_i}, \quad (3.8)$$

I II III IV V VI

gdzie poszczególne człony wyrażają:

- I - pochodną substancjalną całkowitej entalpii czynnika,
- II - element pracy pola ciśnień w przepływie,
- III - pracę wykonaną przez pole sił masowych,
- IV - pracę naprężeń stycznych,
- V - pracę wynikającą z odkształcenia (deformacji),
- VI - ciepło wymienione przez przewodzenie, przy czym q_i oznacza natężenie strumienia ciepła w kierunku i (zakładamy brak źródeł ciepła w czynniku).

Natężenie strumienia ciepła q_i określone jest polem temperatur w przepływie zależnością:

$$q_i = -\lambda \frac{\partial T}{\partial x_i}, \quad (3.8a)$$

gdzie:

λ - oznacza współczynnik przewodności cieplnej.

Równanie energii (3.8) można rozbić na dwa równania, z których jedno określa elementy wpływające na zmiany energii kinetycznej, a drugie - elementy wpływające na zmianę entalpii. Mnożąc skalarowo równanie ruchu przez prędkość otrzymuje się [8]:

$$\frac{D\left(\frac{c^2}{2}\right)}{dt} = F_i c_i - \frac{c_i}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial x_i} + \frac{c_j}{\rho} \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j}. \quad (3.9)$$

Z odjęcia stronami zal. (3.8) oraz (3.9) wynika związek:

$$\frac{Di}{dt} = \frac{1}{\rho} \frac{Dp}{dt} + \frac{\tau_{ij}}{\rho} \frac{\partial c_i}{\partial x_j} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial q_i}{\partial x_i}, \quad (3.10)$$

przy czym zgodnie z definicją pochodnej substancjalnej:

WAR. BRZEG - CECHY
M. POZYK.

$$\frac{1}{\varrho} \frac{Dp}{dt} = \frac{1}{\varrho} \left(\frac{\partial p}{\partial t} + c_i \frac{\partial p}{\partial x_i} \right). \quad (3.11)$$

Pamiętając, że ostatni człon zal. (3.10) oznacza wymienione ciepło [a] przedostatni - pracę deformacji (związaną z dysypacją energii), możemy też napisać:

$$\frac{Di}{dt} - \frac{1}{\varrho} \frac{Dp}{dt} = \frac{\tau_{ij}}{\varrho} \frac{\partial c_i}{\partial x_j} - \frac{1}{\varrho} \frac{\partial q_i}{\partial x_i} = T \frac{Ds}{dt}, \quad (3.12)$$

co jest zgodne z zal. (2.8), otrzymaną w ramach termodynamiki.

Równania (3.1), (3.7) i (3.8), uzupełnione termicznym równaniem stanu:

$$\varrho = \varrho(p, T) \quad (3.13)$$

oraz kalorycznym równaniem stanu czynnika roboczego:

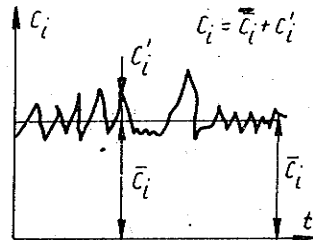
$$i = i(p, T), \quad (3.14)$$

stanowią matematyczne sformułowanie ogólnych praw przepływu.

Jest to układ 7 równań (równanie (3.1.7) - to zestaw 3 równań), zawierający 7 niewiadomych funkcji ϱ , p , T , i , c_1 , c_2 oraz c_3 tak, że po uzupełnieniu warunkami brzegowymi i początkowymi formalnie możliwe jest rozwiązanie.

Przedstawiony układ równań opisuje zarówno przepływy laminarne jak i turbulентne, wobec ogólności wyprowadzenia [8, 12]. Podkreślić jednak należy, że w przypadku przepływów turbulентnych, wielkości c_i , ϱ , p , T , itd., oznaczają tu wartości chwilowe, szybkozmienne w czasie.

Rys.3.1. Prędkość chwilowa i średnia w przepływie turbulентnym o stałej w czasie wartości średniej



Istotą turbulencji jest nieuporządkowany, chaotyczny ruch cząstek płynu. Prędkości tych cząstek ulegają nieregularnym zmianom w czasie, tak pod względem wielkości jak i kierunku. Mechanizm przepływu turbulентnego nadal nie jest dokładnie zbadany. Obecnie uważa się, że turbulencja związana jest z chaotycznym przemieszczaniem się niewiel-

kich wirów płynu. Wiry te są bardzo małe w porównaniu np. z wymiarami kanału, ale niewspółmiernie większe od wymiarów molekuł. Przy powszechnie stosowanym pomiarze prędkości przepływu w danym punkcie, obecność tych wirów, poruszających się chaotycznie w stosunku do ruchu średniego, przejawia się w postaci fluktuacji prędkości dookoła pewnej wartości średniej (rys.3.1). Częstości tych fluktuacji są zwykle wysokie. Stwierdzamy więc, że z racji swojej natury przepływ turbulentny jest zawsze przepływem trójwymiarowym i niestacjonarnym^{x)}.

Zrozumiałe jest więc, że nawet gdybyśmy potrafili rozwiązać układ równań (3.1), (3.7), (3.8), (3.13) i (3.14), w przypadku przepływu turbulentnego, to otrzymalibyśmy informacje tak obszerne i szczegółowe, że bezpośrednie ich wykorzystanie w zastosowaniach technicznych nie byłoby możliwe.

W związku z tym, stosuje się odpowiednie uśrednienie przepływu turbulentnego, przy którym zmienne (tj. składowe prędkości itd.) wyraża się jako sumę wartości średniej oraz fluktuacji.

Niech więc teraz c'_i oznacza fluktuację, tj. szybkozmienną w czasie część prędkości w kierunku i , która nakłada się na wartość średnią \bar{c}_i (rys.3.1), analogicznie φ' - zmienne w czasie odchylenie gęstości od wartości średniej $\bar{\varphi}$ itd., czyli:

$$c_i = \bar{c}_i + c'_i ; \quad \varphi = \bar{\varphi} + \varphi' ,$$

*WIERZĄCZĄCIE KUCHNIA
TURBULENCE
LAWA (3.15)*

przy czym zgodnie z zasadami uśrednienia, średnia wartość pulsacji równa jest zero, tj. $\bar{c}'_i = \bar{\varphi}' = 0$, ale średnia wartość kwadratu pulsacji jest od zera różna, tj. $\overline{(c'_i)^2} \neq 0$. Jako miarę intensywności turbulencji stosuje się wielkość E określoną wyrażeniem:

$$E = \frac{\sqrt{\overline{(c')^2}}}{c} 100\%, \text{ przy czym: } \overline{(c')^2} = \overline{(c'_1)^2} + \overline{(c'_2)^2} + \overline{(c'_3)^2}. \quad (3.16)$$

Równania ruchu średniego w przepływie turbulentnym uzyskuje się przez podstawienie do poszczególnych równań rozpatrywanego układu, wyrażań (3.15) i wykonaniu operacji uśrednienia po czasie. Postępowanie to pokażemy na przykładzie równania ciągłości (3.1), które przyjmuje tu postać:

x) Dobre, podstawowe informacje o turbulencji i jej pomiarach znaleźć można w pracach: P. Bradshaw "An introduction to turbulence and its measurement", Pergamon Press 1971 New York oraz J.O. Hinze: "Turbulence-an introduction to its mechanism and theory" M. Grow-Hill 1959 New York, przy czym istnieją tu tłumaczenia na język rosyjski wydane odpowiednio przez: Mir 1974 Moskwa oraz GIFML 1963 Moskwa.

$$\frac{\partial(\bar{\varrho} + \varrho')}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} (\bar{\varrho} + \varrho')(\bar{c}_i + c'_i) = 0. \quad (3.17)$$

Wykorzystując zasady uśrednienia otrzymuje się:

$$\frac{\partial \bar{\varrho}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} (\bar{\varrho} \bar{c}_i + \overline{\varrho' c'_i}) = 0. \quad (3.18)$$

Okazuje się więc, że poprzednio wyprowadzone ogólne równania przepływu, słuszne dla chwilowych wartości zmiennych, nie mogą być wprost stosowane do opisu przepływu uśrednionego z uśrednionymi zmiennymi \bar{c}_i , $\bar{\varrho}$ itd. oraz że w takim przypadku w równaniach tych występują dodatkowe człony, o ile istnieją korelacje (związki) pomiędzy fluktuacjami poszczególnych zmiennych (w przypadku równania ciągłości pomiędzy fluktuacjami ϱ' oraz c'_i). Badaniem tych korelacji (związków) zajmuje się teoria turbulencji.

Zauważyć należy, że w równaniach ruchu i energii liczba dodatkowych członów jest znacznie większa niż w rozpatrzonym równaniu ciągłości. W wyniku dotychczasowych badań przepływów turbulentnych okazuje się jednak, że przy przepływach z liczbami Ma mniejszymi od ok. 5 fluktuacje gęstości ϱ' są pomijalnie małe, tak że można przyjąć $\varrho' \approx 0$. Przy tym założeniu znika większość dodatkowych członów w omawianych równaniach. W szczególności równanie ciągłości jest słuszne tak dla chwilowych (ϱ , c_i), jak i uśrednionych ($\bar{\varrho}$, \bar{c}_i) wartości zmiennych.

W związku z tym dalej będziemy rozumieli jako wartości uśrednione ϱ , c_i itd., rezygnując z oznaczenia z kreską u góry.

W równaniu ruchu (3.7), tensor naprężeń (3.7a) należy uzupełnić wyrażeniem $-\overline{\varrho c'_i c'_j}$, tak że dla uśrednionego przepływu turbulentnego ma on postać:

$$\tau_{ij} = -\overline{\varrho c'_i c'_j} + \mu \left[\frac{\partial c_i}{\partial x_j} + \frac{\partial c_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \frac{\partial c_\alpha}{\partial x_\alpha} \delta_{ij} \right], \quad (3.19)$$

przy czym składowe prędkości c_i dotyczą tu już ruchu uśrednionego.

Ostatni wynik wskazuje, że wskutek pulsacji prędkości w uśrednionym przepływie turbulentnym pojawiają się dodatkowe naprężenia, nazywane naprężeniami turbulentnymi lub naprężeniami Reynoldsa. Równania (3.7) i (3.19) różnią się więc od równań Naviera-Stokesa i noszą nazwę równań Reynoldsa.

Zauważmy, że dodatkowe naprężenia turbulentne mają zarówno składowe normalne, tj. $\overline{\varrho (c'_i)^2}$ jak i styczne, tj. $\overline{\varrho c'_i c'_j}$, przy $i \neq j$.

W nawiązaniu do hipotezy Newtona (3.4) stwierdzamy więc, że w uśrednionym przepływie turbulentnym całkowite naprężenie styczne τ jest sumą naprężenia laminarnego τ_l , określonego równaniem (3.4)

oraz stycznego naprężenia turbulentnego $\tau_t = -\rho \overline{u'w'}$, czyli:

$$\tau = \tau_l + \tau_t = (\mu + \mu_t) \frac{du}{dy}; \text{ gdzie } \mu_t = -\frac{\rho \overline{u'w'}}{\frac{du}{dy}}. \quad (3.20)$$

Należy tu podkreślić, że między współczynnikami lepkości μ oraz μ_t zachodzi zasadnicza różnica. Lepkość μ jest parametrem fizycznym płynu, jednoznacznie określonym jego stanem termodynamicznym. Lepkość turbulentna μ_t zależy natomiast nie tylko od rodzaju płynu i jego stanu termodynamicznego, ale przede wszystkim od wielkości i charakteru pulsacji prędkości, a więc od charakteru przepływu turbulentnego w danym punkcie. W pobliżu ścianki ciała stałego jest $\mu_t \approx 0$, gdyż na ściance pulsacje prędkości nie występują. Natomiast w pewnej odległości od ścianki μ_t może być wielokrotnie większa od μ .

W uśrednionym równaniu energii (3.8) tensor naprężeń τ_{ij} określony jest zależnością (3.19). Podobnie przewodność cieplna λ w zależności (3.8a) jest sumą przewodności laminarnej i turbulentnej. Występowanie tej ostatniej związane jest bezpośrednio z pulsacjami prędkości, analogicznie jak lepkości turbulentnej. W tak rozumianym równaniu energii nie jest jeszcze uwzględniona energia kinetyczna turbulencji $\frac{1}{2}(c')^2$, odpowiadająca fluktuacjom prędkości. Energię tę można z dobrą dokładnością uwzględnić, jeśli po prostu występujące tu ciśnienie p i temperaturę T rozumieć jako wartości mierzone w przepływie, przy pomocy zwykle używanych przyrządów pomiarowych o znacznej bezwładności wskazań. Entalpia i występująca w równaniu energia, określona z zależności (3.14) przy pomocy "zmierzonych" p oraz T zawiera już energię kinetyczną turbulencji.

Podsumowując stwierdzić należy, że w uśrednionych równaniach ruchu turbulentnego występują wyrażenia związane z pulsacjami prędkości, których nie można oczywiście określić przy pomocy tych równań i uwzględnić tu należy wyniki odpowiednich eksperymentów. W związku z tym omawiany zestaw podstawowych równań w przypadku uśrednionych przepływów turbulentnych nie jest już układem zamkniętym, odmiennie niż w przypadku przepływów laminarnych. Ta niedogodność nie przeszkadza jednak w uzyskiwaniu przy pomocy równań uśrednionych technicznie ważnych wyników. Pamiętać też należy, że przepływ turbulentny jest zawsze trójwymiarowy i niestacjonarny, oczywiście również i w tych przypadkach, kiedy związany przepływ uśredniony jest np. dwuwymiarowy i ustalony.

3.2. Zależności integralne i ich wyprowadzenie z równań podstawowych

Omówionych poprzednio równań podstawowych nie potrafimy jeszcze w większości przypadków efektywnie rozwiązać, wobec ich złożoności. W związku z tym, dla celów zastosowań niezbędne jest odpowiednie u-

proszczenie tych równań. Stosowane są tu uproszczenia dwojakiego rodzaju. Pierwszy typ uproszczeń związany jest z ograniczeniem zakresu stosowalności równań, przy uwzględnieniu zasadniczo wszystkich zjawisk fizycznych związanych z przepływem. W teorii maszyn wirnikowych najistotniejsze są zależności dla toru elementu płynu (trajektorii) oraz ustalonego przepływu w kanale. Drugi typ uproszczeń ma charakter bardziej formalny i związany jest w istocie z pomijaniem pewnych członów w równaniach, przez co nie uwzględniają one już części zjawisk fizycznych. Główne typy uproszczeń tego rodzaju omówiono w rozdziale 3.3.

3.2.1. Zależności dla toru elementu płynu

Rozpatrzmy nieskończenie małe przesunięcie dla elementu płynu wzdłuż toru, określone jako $dl = cdt$ [12]. Zapisując równanie energii (3.8) oraz (3.12) dla tego przesunięcia otrzymuje się w formie bilansu:

$$D\left(i + \frac{c^2}{2}\right) = \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial t} dt + dL_F + dL_{tr} + TDs \quad (3.21)$$

oraz:

$$TDs = dq_{\tau} + dq, \quad (3.22)$$

gdzie:

$dL_F = F_i dx_i$ oraz $dL_{tr} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} dx_i$ - oznaczają pracę odpowiednio sił masowych oraz sił tarcia na odcinku dl ;

$dq_{\tau} = \frac{1}{\rho} \tau_{ij} \frac{\partial c_i}{\partial x_j} dt$ - ciepło odpowiadające pracy deformacji;

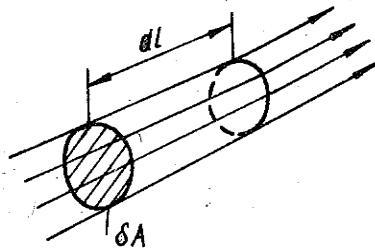
$dq = - \frac{1}{\rho} \frac{\partial q_i}{\partial x_i} dt$ - ilość wymienionego ciepła na odcinku dl .

Ponadto z zal. (3.12) wynika:

$$TDs = Di - \frac{Dp}{\rho} = Di - \sigma Dp. \quad (3.23)$$

Równanie ciągłości zapisane dla elementu $dl = cdt$ rurki prądu o przekroju poprzecznym δA (rys.3.2) ma postać:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{1}{\delta A} \frac{\partial}{\partial l} (\rho c \delta A) = 0. \quad (3.24)$$



Rys.3.2. Element rurki prądu

Uwzględniono tu tylko akumulację masy wewnątrz elementu oraz strumienie masy przez powierzchnie czołowe, gdyż przez powierzchnie boczne elementu nie ma przepływu, zgodnie z definicją rurki prądu. Linie prądu ogólnie nie pokrywają się z torami elementów płynu. Jednakże tor jest obwiednią linii prądu, przechodzących przez punkty toru odpowiadające chwilowym położeniom elementu. W związku z tym równanie (3.24) słuszne jest również i dla elementu dL trajektorii.

Zakładając, że znamy np. z odpowiednich danych eksperymentalnych tor (trajektorię) straty tarcia i całkowitą wymianę ciepła, przez co określone jest TDs oraz również i pracę sił tarcia dL_{tr} , to dysponujemy tu 5 równaniami: (3.21), (3.23), (3.24) oraz (3.13) i (3.14). Możliwe jest więc formalnie wyznaczenie 5 zmiennych c , q , p , T , i . Spostrzegamy, że równanie ruchu nie występuje tu w jawnej formie, a zawarte jest w równaniach (3.21) i (3.23).

Możliwe jest tu też powiązanie ciepła TDs , wynikającego z dysypacji na skutek tarcia i wymiany z pracą $v Dp$:

$$TDs = \omega v Dp = \omega Di_s, \quad (3.25)$$

gdyż przy $Ds = 0$ mamy $Di_s = v Dp$.

Spostrzegamy, przez analogię do rozważań w rozdziale 2.3, że współczynnik ω związany jest bezpośrednio ze sprawnością politropową η_p i współczynnikiem intensywności chłodzenia ξq oraz z wykładnikiem politropy n , np. w przypadku rozprężania:

$$\omega = - (1 - \eta_p - \xi q) \quad \text{oraz} \quad n = \frac{k}{k - (\omega + 1)(k - 1)}. \quad (3.26)$$

Podstawiając (3.25) do równań (3.22) (3.23) otrzymuje się równoważne im zależności:

$$Di = (1 + \omega) \frac{Dp}{q} = (1 + \omega) Di_s, \\ D\left(i + \frac{c^2}{2}\right) = \frac{1}{q} \frac{\partial p}{\partial t} dt + dL_F + dL_{tr} + \omega \frac{Dp}{q}. \quad (3.27)$$

Zależności te zawierają wykładnik politropy, który określić (czy ocenić) jest łatwiej, niż człon TDs w zależnościach (3.22) i (3.23). Trzeba tu jednak również znać pracę sił tarcia dL_{tr} , co się rzadko udaje.

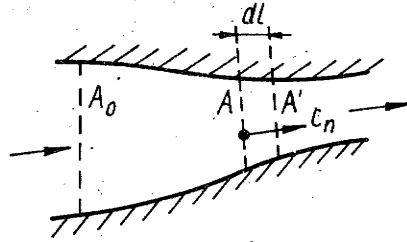
Tę ostatnią trudność ominąć można tylko przy istotniejszym ograniczeniu zakresu stosowalności rozpatrywanych równań.

3.2.2. Zależności dla ustalonego przepływu w kanale

Rozpatrzmy ustalony przepływ płynu w kanale [12].

Niech A oraz A' oznaczają powierzchnie kontrolne, odległe o dl , a c_n lokalną składową normalną prędkości na powierzchni kontrolnej (rys.3.3). Wprowadźmy średnie wartości entalpii \bar{i} oraz kwadratu prędkości $\overline{c^2}$ na powierzchni kontrolnej, określone wzorami:

Rys.3.3. Powierzchnie kontrolne przy przepływie w kanale



$$\bar{i} = \frac{\int \rho c_n i \, dA}{G} \quad \text{oraz} \quad \overline{c^2} = \frac{\int \rho c_n c^2 \, dA}{G}, \quad (3.28)$$

przy czym masowe natężenie przepływu G przez powierzchnię kontrolną równe jest:

$$G = \int_A \rho c_n \, dA. \quad (3.29)$$

Uśrednianie to przebiegło według warunku:

- rzeczywisty strumień entalpii = $\bar{i} G$,

- rzeczywisty strumień energii kinetycznej = $\frac{\overline{c^2}}{2} G$, jest to więc

uśrednianie energetyczne, wykorzystujące uśrednianie masowe.

Niech $\frac{dL_F}{dl} dl$ oznacza jak poprzednio pracę pola sił masowych

a $\frac{dq}{dl} dl$ ciepło wymienione na odcinku dl ; wtedy analogicznie:

$$\overline{dL_F} = \frac{\int \rho c_n \, dL_F \, dA}{G} \quad \text{oraz} \quad \overline{dq} = \frac{\int \rho c_n \, dq \, dA}{G}. \quad (3.30)$$

W ten sam sposób uśredniamy również i pozostałe dwa człony równania (3.21) oraz (3.22), przy czym dla przepływu ustalonego różniczki D można zamienić na d , otrzymując:

$$d\left(\bar{i} + \frac{\bar{c}}{2}\right) = \bar{dL}_F + \bar{dq} + \frac{\int_A \rho c_n [dL_{tr} + dq_\tau] dA}{G}. \quad (3.31)$$

Założmy teraz, że powierzchnie A oraz A' usytuowane są w przestrzeni przepływu w taki sposób, że na powierzchniach tych nie ma istotniejszego, liczącego się w bilansach przenoszenia pracy, wywołanego naprężeniami tarcia τ_{ij} . Jest to bliskie rzeczywistości, gdy powierzchnie te są prostopadłe do linii prądu (pewne przenoszenie pracy, związane z turbulencją, będzie jednak występowało). Rozpatrzmy teraz obszar przestrzenny zawarty pomiędzy ściankami kanału i powierzchniami A oraz A' . Na powierzchniach ograniczających obszar całkowita praca sił tarcia jest równa zero, gdyż jest tak z założenia na powierzchniach A oraz A' a na ściankach kanału prędkość płynu jest równa zero (warstwa przyścienna) więc siła tarcia nie wykonuje pracy, wobec braku przesunięcia. Ale ta całkowita praca sił tarcia jest jednocześnie sumą prac tarcia poszczególnych elementów płynu zawartych w rozpatrywanym obszarze (twierdzenie Gaussa - Ostrogradzkiego), które składają się z prac dL_{tr} przy przemieszczeniu oraz prac dq_τ związanych z deformacją. W związku z tym suma wszystkich prac dL_{tr} powinna być równa i przeciwstawiona sumie prac deformacji (zawsze dodatnich). W związku z tym ostatni człon równania (3.31) znika. Równanie to można teraz scałkować, otrzymując:

$$\left(\bar{i} + \frac{\bar{c}}{2}\right) - \left(\bar{i}_0 + \frac{\bar{c}_0}{2}\right) = \bar{L}_F + \bar{q}, \quad (3.32)$$

gdzie indeksem 0 oznaczono wielkości w określonym przekroju początkowym A_0 (rys.3.3) a \bar{L}_F oraz \bar{q} oznaczają pracę pola sił i wymienione ciepło na odcinku między przekrojami A_0 oraz A .

Równanie (3.32) dotyczy tylko integralnych parametrów, uśrednionych energetycznie na powierzchni kontrolnej, gdyż ogólnie na poszczególnych liniach prądu $dL_{tr} + dq_\tau \neq 0$.

Powyższe rozumowanie można przeprowadzić tylko dla przestrzeni całkowicie wypełnionej płynem tak, że na jej ściankach zewnętrznych nie będzie wykonywana praca. Istnieją przy tym przepływy o tak złożonym charakterze, że praktycznie nie można znaleźć powierzchni A , na której nie byłoby przenoszenia pracy wskutek naprężeń tarcia i wtedy zależność (3.32) nie może być stosowana. Jednak w przeważającej większości przypadków to przenoszenie pracy jest na tyle małe, że można je pominąć.

Uśrednione ciśnienie \bar{p} określamy w taki sposób, aby iloczyn $\bar{p}A$ równy był rzeczywistej sile, działającej na powierzchnię A , czyli

$$\bar{p} = \frac{\int_A p dA}{A}. \quad (3.33)$$

Uśrednioną gęstość $\bar{\rho}$ wyliczamy teraz z równania stanu $\bar{\rho} = \rho(\bar{p}, \bar{i})$, co np. w przypadku pary doskonałej daje:

$$\bar{\rho} = \frac{k}{k-1} \frac{\bar{p}}{\bar{i} - i_0} \quad (3.34)$$

Jeżeli wprowadzimy uśrednioną normalną prędkość \tilde{c}_n , określoną jako:

$$\tilde{c}_n = \frac{\int_A \rho c_n dA}{\bar{\rho} A}, \quad (3.35)$$

to otrzymamy równanie ciągłości przepływu w postaci:

$$\bar{\rho} \tilde{c}_n A = \bar{\rho}_0 \tilde{c}_{n0} A_0 = G, \quad (3.36)$$

gdzie:

G - oznacza natężenie masowe przepływu (3.2.9).

Zależność (3.35) nie jest jedynym sposobem racjonalnego określenia uśrednionej normalnej prędkości. Jeśli np. powierzchnia kontrolna A jest płaska, a układ współrzędnych zostanie wybrany w taki sposób, aby jedna z osi była prostopadła do powierzchni A , to uśrednioną normalną prędkość określić można też przy pomocy stosowanego wcześniej energetycznego sposobu uśrednienia i przy tym

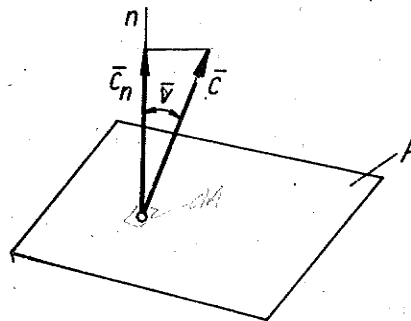
$$\bar{c}_n = \sqrt{\frac{\int_A \rho c_n^2 dA}{G}} \quad (3.37)$$

Analogicznie można określić pozostałe składowe prędkości \bar{c} oraz kąt $\bar{\nu}$ (rys.3.4), jaki tworzy prędkość \bar{c} , z normalną do powierzchni A . Przy tym oczywiście:

$$\bar{c}_n = \bar{c} \cos \bar{\nu}. \quad (3.38)$$

Łatwo spostrzec, że uśrednione normalne prędkości \bar{c}_n oraz \tilde{c}_n nie są równe:

$$\tilde{c}_n \neq \bar{c}_n = \bar{c} \cos \bar{\nu}.$$



Rys.3.4. Prędkości uśrednione energetycznie

Aby zapisać równanie ciągłości (3.36) przy pomocy tej samej prędkości \bar{c} , która występuje w równaniu energii (3.32), wprowadzamy współczynnik k , taki że:

$$\tilde{c}_n = k \bar{c} \cos \bar{\nu} \quad (3.39)$$

i przy tym:

$$G = k \bar{\rho} \bar{c} \cos \bar{\nu} A . \quad (3.40)$$

Podobnie można też uśrednić zależność (3.23), określającą zmiany stanu płynącego czynnika. Zgodnie z energetycznym sposobem uśredniania, mamy:

$$\overline{Tds} = \frac{\int \bar{\rho} c_n [dq_T + dq] dA}{G} . \quad (3.41)$$

W rozpatrywanym przypadku przepływu ustalonego, z zależności (3.23) wynika:

$$\overline{Tds} = \omega \frac{\overline{dp}}{\bar{\rho}} , \quad (3.42)$$

co przez zależność (3.25) wyznacza wykładnik politropy n oraz równanie dla określania stanu czynnika:

$$\frac{\bar{p}}{\bar{\rho}^n} = \frac{\bar{p}_0}{\bar{\rho}_0^n} . \quad (3.43)$$

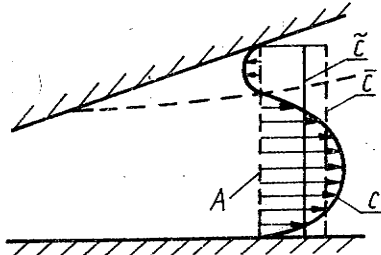
Równania: energii (3.32), stanu czynnika (3.34), ciągłości (3.40) oraz politropy (3.43) stanowią zamknięty układ równań, z którego łatwo już określić można 4 niewiadome \bar{c} , \bar{i} , \bar{p} , $\bar{\rho}$.

Ten sposób podejścia ma podstawowe znaczenie w teorii maszyn wirnikowych. Otrzymuje się tu technicznie ważne wyniki, dotyczące sumarycznych efektów, nie ma jednak możliwości badania szczegółów przepływu. W związku z tym niezbędne jest wykorzystanie danych doświadczalnych, ponieważ występujących w powyższych równaniach wielkości n , k oraz $\bar{\nu}$ nie można określić na drodze teoretycznej. W tym celu należałoby się cofnąć do układu równań podstawowych (w postaci różniczkowej), co prowadzi do zadania nierozwiązalnego obecnie od strony matematycznej.

Wykładnik n charakteryzuje dysypację energii wskutek tarcia (straty) oraz wymianę ciepła. Kąt $\bar{\nu}$ związany jest ze średnim kierunkiem przepływu. Efekt ujmowany przez współczynnik k , tj. różnica prędkości normalnych uśrednionych z równania energii i ciągłości, prawie zawsze jest pomijana. Jednakże zwykle bez objaśnienia i sprawdzenia

nia dopuszczalności takiego podejścia. W większości spotykanych w praktyce rozkładów prędkości współczynnik k jest bowiem istotnie bliższy 1. Wartości k znacznie mniejsze od 1 występują jednak np. w przypadku przepływu z oderwaniem (rys.3.5), w którym istnieje obszar o znacznie mniejszej prędkości, a nawet z przepływem w przeciwnym kierunku. W takim przypadku średnia prędkość przepływu w przekroju A będzie znacznie mniejsza od prędkości \bar{c} (rys. 3.5), związanej ze średnią energią kinetyczną.

Należy tu jeszcze dodać, że równanie ruchu (prawo zachowania pędu) prowadzi do trzeciego sposobu uśrednienia prędkości. Równanie energii (3.32) uwzględnia już równanie ruchu, przez co uśrednione wielkości \bar{c} , \bar{i} , \bar{p} , $\bar{\rho}$ nie są sprzeczne z prawem zachowania pędu. Nie oznacza to jednak, że iloczyn $G\bar{c}$ jest pędem czynnika odniesionym do jednostki czasu.



Rys.3.5. Uśrednione prędkości przy przepływie z oderwaniem

3.3. Zależności uproszczone

Dla umożliwienia szczegółowych analiz teoretycznych procesów przepływowych w większości przypadków niezbędne jest obecnie wprowadzenie formalnych uproszczeń w równaniach podstawowych. Zwykle jest to założenie przepływu adiabatycznego (bez wymiany ciepła) czynnika nielepekiego (nie występuje tarcie). Taki przepływ jest jednocześnie izentropowy ($Ds = 0$). Przy tych założeniach równanie ruchu (3.7) przyjmuje tzw. postać Lamba i Gromyki:

$$\frac{\partial \vec{c}}{\partial t} - [\vec{c} \times \text{rot } \vec{c}] = \vec{F} - \text{grad } \frac{c^2}{2} - \frac{1}{\rho} \text{grad } p . \quad (3.44)$$

Wobec przepływu izentropowego mamy:

$$di = \frac{dp}{\rho} \quad \text{oraz} \quad \text{grad } i = \frac{1}{\rho} \text{grad } p , \quad (3.45)$$

przy czym:

$$\frac{\partial \vec{c}}{\partial t} - [\vec{c} \times \text{rot } \vec{c}] = \vec{F} - \text{grad } \left(i + \frac{c^2}{2} \right) . \quad (3.46)$$

Wektor $[\vec{c} \times \text{rot } \vec{c}]$ jest zawsze prostopadły do prędkości \vec{c} , stąd zapisując równanie (3.46) w kierunku linii prądu, otrzymujemy:

$$\frac{\partial c}{\partial t} = F_1 - \frac{\partial}{\partial l} \left(i + \frac{c^2}{2} \right). \quad (3.47)$$

Dla przepływu ustalonego wynika stąd związek słuszny na każdej linii prądu 1:

$$d \left(i + \frac{c^2}{2} \right) = dL_F = F_1 dl \quad (3.48)$$

oraz:

$$\left(i + \frac{c^2}{2} \right) - \left(i_o + \frac{c_o^2}{2} \right) = L_p = \int_l^F F_1 dl, \quad (3.49)$$

gdzie indeksem o oznaczono parametry w wybranym punkcie na tej linii prądu.

Wynik (3.49) pozornie dokładnie odpowiada zależności (3.32) w przypadku $\bar{q} = 0$. Jednakże zależności te zawierają zupełnie inną treść. Wynik (3.49) dotyczy wielkości na jednej, konkretnej linii prądu, podczas gdy zależność (3.32) wiąże wielkości uśrednione w przekroju A kanału.

Aby móc całkować równanie (3.49) wzdłuż dowolnej drogi (a nie tylko - jak dotychczas - wzdłuż linii prądu), w całej przestrzeni przepływu powinien być spełniony warunek $[\bar{c} \times \text{rot } \bar{c}] = 0$ (dodatkowe założenie upraszczające), co ma miejsce w następujących przypadkach:

- a) przepływu bezwirowego, w którym w każdym punkcie $\text{rot } \bar{c} = 0$;
- b) szczególnego przypadku przepływu wirowego, o wektorze wiru $\text{rot } \bar{c}$ równoległym w każdym punkcie do prędkości \bar{c} ; przy tym iloczyn wektorowy znika, zgodnie z jego określeniem.

Duże znaczenie ma w szczególności przypadek a), który - jak wiadomo - prowadzi do teorii przepływów potencjalnych, gdyż pole prędkości (wektorowe) daje się tu wyrazić jako gradient pewnej funkcji skalarnej ϕ , tj. potencjału prędkości:

$$\bar{c} = \text{grad } \phi. \quad (3.50)$$

Potencjał ϕ ogólnie może być funkcją czasu.

Matematyczną konsekwencją omówionych założeń jest możliwość całkowania równań ruchu i energii wzdłuż dowolnej drogi w przestrzeni przepływu w przedstawiony wyżej sposób. Rozwiązanie zadania przepływu znacznie się przy tym upraszcza, gdyż w postaci różniczkowej pozostaje tylko równanie ciągłości, które można przedstawić w formie:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\rho \bar{c}) = 0, \quad (3.51)$$

a w przepływie ustalonym $\text{div}(\rho \vec{c}) = 0$, co umożliwi już teoretyczne analizy przepływu. Podejście takie ma zastosowanie w teorii maszyn wirnikowych - w szczególności przy rozpatrywaniu przepływu przez palisady łopatek oraz przepływu przestrzennego w stopniu. Możliwe jest tu stosowanie pary doskonałej, jako modelu właściwości czynnika roboczego, a ponadto pewna zmiana założenia o izentropowości przepływu. Jeśli oznaczyć siłę tarcia jako \vec{F}_{tr} , to równanie ruchu można przedstawić w postaci podobnej do (3.46):

$$\frac{\partial \vec{c}}{\partial t} - [\vec{c} \times \text{rot } \vec{c}] = \vec{F} - \text{grad } \frac{c^2}{2} - \frac{1}{\rho} \text{grad } p + \vec{F}_{tr} . \quad (3.52)$$

Dla przepływu nie izentropowego mamy:

$$di = (1 + \omega) \frac{dp}{\rho}$$

oraz:

$$\frac{1}{\rho} \text{grad } p = \frac{\text{grad } i}{1 + \omega} = (1 - \frac{\omega}{1 + \omega}) \text{grad } i . \quad (3.53)$$

Wprowadzając związek (3.53) do równania (3.52) otrzymujemy:

$$\frac{\partial \vec{c}}{\partial t} - [\vec{c} \times \text{rot } \vec{c}] = \vec{F} - \text{grad} \left(i + \frac{c^2}{2} \right) + \frac{\omega}{1 + \omega} \text{grad } i + \vec{F}_{tr} . \quad (3.54)$$

Zakładamy teraz, że w rozpatrywanym przepływie tarcie ma taki szczególny (hipotetyczny) charakter, że w każdym punkcie zachodzi relacja:

$$\frac{\omega}{1 + \omega} \text{grad } i + \vec{F}_{tr} = 0 . \quad (3.55)$$

W takim przypadku równania (3.54) oraz (3.46) są formalnie takie same i poprzednie rozważania pozostają nie zmienione, przy czym tylko dla określania zmian stanu czynnika w miejsce równania izentropy stosuje się równanie politropy:

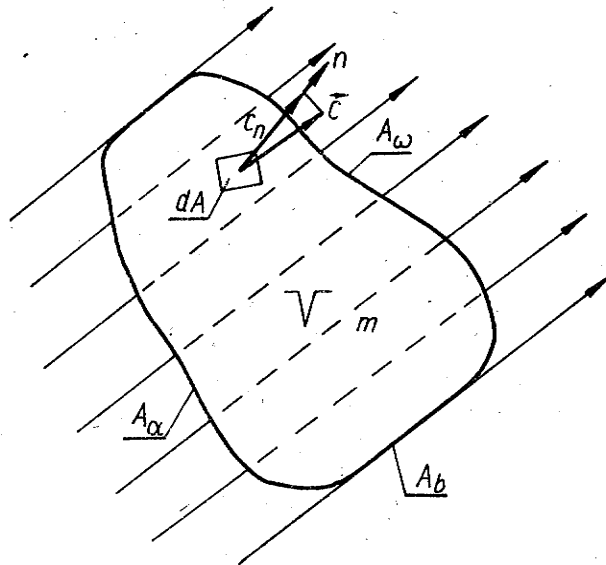
$$\frac{p}{\rho^n} = \frac{p_0}{\rho_0^n} . \quad (3.56)$$

Stwierdzić należy, że przyjęta hipoteza odnośnie tarcia, z różnych względów, nie odpowiada rzeczywistym zjawiskom fizycznym, a wprowadzana jest w taki sposób, aby uzyskać zależności możliwie najprostsze od strony matematycznej. W obliczeniach praktycznych sprowadza się ona do zastąpienia wykładnika izentropy k wykładnikiem politropy n . Dzięki takiemu tylko sumarycznemu uwzględnianiu wpływu tarcia, w wie-

lu przypadkach uzyskuje się jednak wyniki bliższe rzeczywistości, niż przy całkowitym pominięciu tarcia.

3.4. Równania przepływu przez powierzchnie kontrolne

Oprócz wskazanych różniczkowych form równań przepływu płynów, w teorii maszyn wirnikowych istotne zastosowania mają również równania przepływu odniesione do różnych powierzchni kontrolnych. Powierzchnia kontrolna jest to powierzchnia o niezmiennym kształcie i położeniu w przestrzeni przepływu względem przyjętego układu współrzędnych (rys.3.6). Zastosowanie praw zachowania do przepływu przez taką powierzchnię kontrolną prowadzi do związanych równań przepływu. Najistotniejsze są tu związki wynikające z praw zachowania masy, pędu i krętu.



Rys. 3.6. Przepływ płynu przez powierzchnię kontrolną A, ograniczającą objętość kontrolną V, zawierającą w chwili t masę m płynu

Masa płynu m (czynnika roboczego) zawartego w chwili t w objętości kontrolnej V ograniczonej powierzchnią kontrolną A (rys. 3.6) równą jest:

$$m = \int_V \rho dV, \quad (3.57)$$

przy czym:

$$dm = \rho dV .$$

Na powierzchni kontrolnej można wyróżnić część A_α , na której czynnik wpływa do objętości kontrolnej, część A_ω - na której czynnik wypływa z objętości kontrolnej oraz część A_b - przez którą nie ma przepływu. Jeśli dA oznacza element powierzchni A , a c_n lokalną składową prędkości normalną do tego elementu, to w części A_α składowa c_n skierowana jest do wnętrza objętości kontrolnej, w części A_ω - na zewnątrz, a w części A_b $c_n = 0$.

Zastosowanie prawa zachowania masy do przepływu przez powierzchnię kontrolną prowadzi do bilansu:

$$\frac{\partial m}{\partial t} = \int_V \frac{\partial \rho}{\partial t} dV = \int_{A_\alpha} dG_\alpha - \int_{A_\omega} dG_\omega , \quad (3.58)$$

gdzie element masowego natężenia przepływu równy jest:

$$dG = \rho c_n dA . \quad (3.58a)$$

Prawo zachowania pędu stanowi, że suma $\sum \bar{R}$ sił działających na płyn w objętości kontrolnej równa jest pochodnej pędu płynu zawartego w tej objętości:

$$\sum \bar{R} = \frac{d}{dt} \int_m \bar{c} dm , \quad (3.59)$$

skąd wynika w formie bilansu:

$$\sum \bar{R} = \int_V \frac{\partial}{\partial t} (\rho \bar{c}) dV + \int_{A_\alpha} \bar{c} dG_\alpha - \int_{A_\omega} \bar{c} dG_\omega . \quad (3.60)$$

Na płyn działają w rozpatrywanym przypadku ogólnie siły masowe w objętości V i powierzchniowe na powierzchni A . Te ostatnie związane są z ciśnieniem p oraz z naprężeniami określonymi tensorem (3.19). Wobec tego:

$$\sum \bar{R} = \int_A (-\bar{n} p + \bar{n} \tau) dA + \int_V \rho \bar{F} dV , \quad (3.61)$$

gdzie:

- \bar{n} - oznacza jednostkowy wektor prostopadły do elementu dA skierowany na zewnątrz obszaru kontrolnego V ,
- \bar{F} - jednostkową siłę masową.

Z równania wektorowego (3.60) i (3.61) wynikają trzy równania skalarne o postaci:

$$\begin{aligned} \sum R_i &= - \int_A n_i p \, dA + \int_A n_i \tau \, dA + \int_V \rho F_i \, dV = \quad (3.62) \\ &= \int_V \frac{\partial}{\partial t} (\rho c_i) \, dV + \int_{A_\alpha} c_i \rho c_n \, dA - \int_{A_\omega} c_i \rho c_n \, dA, \end{aligned}$$

gdzie:

n_i - oznacza rzut \vec{n} na kierunek i .

Analogicznie otrzymuje się równanie wynikające z prawa zachowania krętu:

$$\sum \vec{M} = \sum \vec{R} \times \vec{r} = \frac{d}{dt} \int_m (\vec{c} \times \vec{r}) \, dm, \quad (3.63)$$

gdzie:

\vec{M} - oznacza moment siły \vec{R} .

\vec{r} - jej promień wodzący,

$$\begin{aligned} \sum \vec{M} &= - \int_A (\vec{n} p \times \vec{r}) \, dA + \int_A (\vec{n} \tau \times \vec{r}) \, dA + \int_V (\vec{F} \times \vec{r}) \rho \, dV = \\ &= \int_V \frac{\partial}{\partial t} (\rho \vec{c} \times \vec{r}) \, dV + \int_{A_\alpha} (\vec{c} \times \vec{r}) \, dG_\alpha - \int_{A_\omega} (\vec{c} \times \vec{r}) \, dG_\omega. \quad (3.64) \end{aligned}$$

Wynikają stąd trzy równania skalarne o postaci

$$\begin{aligned} \sum M_i &= - \int_A n_i p \, r \, dA + \int_A n_i \tau \, r \, dA + \int_V F_i \, r \rho \, dV = \\ &= \int_V \frac{\partial}{\partial t} (\rho c_i r) \, dV + \int_{A_\alpha} c_i r \rho c_n \, dA - \int_{A_\omega} c_i r \rho c_n \, dA. \quad (3.65) \end{aligned}$$

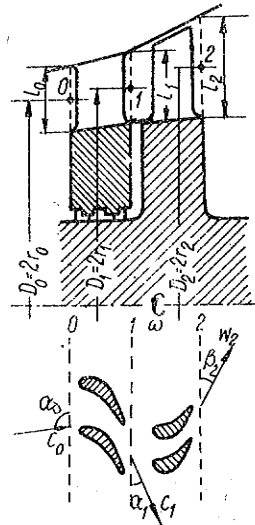
Równania (3.62) i (3.65) stosowane są w teorii maszyn wirnikowych głównie do wyznaczania sił i momentów sił działających na powierzchniach A_b w przepływach ustalonych. W takim przypadku znikają człony zawierające pochodne lokalne $\partial/\partial t$. Dalsze uproszczenie równań uzyskuje się tu przez odpowiedni wybór powierzchni kontrolnej. Jeśli profile prędkości na powierzchniach A_α i A_ω są zbliżone do symetrycznych, co ma miejsce np. w przepływie przez kanały, to całki z naprężeń τ na tych powierzchniach są pomijalnie małe, tak że można przyjmować:

$$\int_{A_\alpha} \vec{n} \tau \, dA \approx \int_{A_\omega} \vec{n} \tau \, dA \approx \int_{A_\alpha} (\vec{n} \tau \times \vec{r}) \, dA \approx \int_{A_\omega} (\vec{n} \tau \times \vec{r}) \, dA \approx 0. \quad (3.66)$$

4. JEDNOWYMIAROWA TEORIA STOPNIA TURBINOWEGO

W ciepłych maszynach wirnikowych nie udaje się zwykle zrealizować zadanego procesu sprężania czy rozprężania w jednym tylko zespole, złożonym z wieńca wirującego i wieńca kierowniczego, tworzących stopień maszyny. Przeważnie stopnie takie ustawione są jeden za drugim, tworząc maszynę wielostopniową. Dla zrozumienia procesów przemian energii zarówno w maszynach jednostopniowych jak i wielostopniowych podstawowe znaczenie ma rozpatrzenie procesów zachodzących w ramach pojedynczego stopnia.

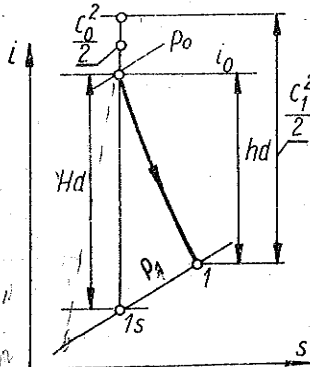
Rozpatrzmy adiabatyczny, ustalony przepływ czynnika roboczego w dowolnym stopniu turbinowym [12]. Poprowadźmy przekroje kontrolne 0, 1 oraz 2 - jak na rys. 4.1. W przekrojach tych istnieją złożone pola prędkości, ciśnień i pozostałych parametrów czynnika. W jednowymiarowej teorii stopnia pola te zastępuje się uśrednionymi wartościami parametrów, zgodnie z podejściem przedstawionym w rozdziale 3.2.2. W związku z tym, w następnych zależnościach symbole c , i , p itd. będziemy rozumieli wyłącznie jako wielkości uśrednione. Dla wygody pomijamy kreskę w zapisie np. \bar{c} .



Rys. 4.1. Schemat stopnia turbinowego

4.1. Proces w wieńcu kierowniczym

Zadaniem wieńca kierowniczego jest przyspieszenie czynnika roboczego i odpowiednie skierowanie go na wieńec wirujący. W wieńcu kierowniczym czynnik rozpręża się od ciśnienia p_0 na wlocie do ciśnienia p_1 za wieńcem (rys. 4.2), przy czym prędkość czynnika wzrasta od wartości początkowej c_0 do wartości c_1 . Czynnik napływa na wieńec pod średnim kątem α_0 a wypływa pod średnim kątem α_1 w stosunku do kierunku obwodowego (rys.4.1), gdyż prędkość zmienia tu również kierunek (



Rys.4.2. Schemat procesu rozprężania w wieńcu kierowniczym

przy przepływie przez krzywoliniowe kanały międzyłopatkowe. W procesie tym nie jest oddawana na zewnątrz praca oraz nie ma wymiany ciepła z otoczeniem, zgodnie z założeniem, a więc zgodnie z równaniem energii (3.32) otrzymujemy (opuszczając kreski nad zmiennymi):

$$i_1 + \frac{c_1^2}{2} = i_0 + \frac{c_0^2}{2}. \quad (4.1)$$

Zadaniem wieńca kierowniczego jest przyspieszenie czynnika i odpowiednie skierowanie go na wieńiec wirujący. Z równania (4.1) wyznaczamy interesującą nas energię kinetyczną za wieńcem kierowniczym:

$$\frac{c_1^2}{2} = i_0 - i_1 + \frac{c_0^2}{2} = h_d + \frac{c_0^2}{2}, \quad (4.2)$$

gdzie oznaczono:

$$h_d = i_0 - i_1.$$

Największą energię kinetyczną $\frac{c_{1th}^2}{2}$ otrzymalibyśmy (rys.4.2) przy rozprężaniu izentropowym, a więc przy najmniejszej z możliwych wartości entalpii w końcu rozprężania $i_{1s} = i_{1min}$. Przy tym prędkość c_1 osiąga największą w zadanych warunkach wartość $c_{1max} = c_{1th}$, czyli:

$$\frac{c_{1th}^2}{2} = i_0 - i_{1min} + \frac{c_0^2}{2} = h_{sd} + \frac{c_0^2}{2} = H_d + \frac{c_0^2}{2}, \quad (4.3)$$

gdzie oznaczono:

$$\Delta i_{sd} = h_{sd} = H_d$$

Sprawność wieńca kierowniczego określamy stosunkiem:

$$\eta_d = \frac{\frac{c_1^2}{2}}{\frac{c_0^2}{2} + H_d} = \left(\frac{c_1}{c_{1th}} \right)^2. \quad (4.4)$$

Podobnie określony jest też tzw. współczynnik prędkości φ wieńca kierowniczego:

$$\varphi = \frac{c_1}{c_{1th}}, \quad (4.5)$$

przy czym:

$$\eta_d = \varphi^2. \quad (4.6)$$

Sprawność η_d lub współczynnik φ oceniana jest na podstawie odpowiednich danych doświadczalnych. Zastosowane tu podejście, przedstawione w rozdziale 3.2.2, wymaga bowiem z założenia wykorzystania pewnych danych doświadczalnych. Przy danych p_o , i_o , c_o oraz p_1 można określić teraz energię kinetyczną:

$$\frac{c_1^2}{2} = \eta_d \left(H_d + \frac{c_o^2}{2} \right), \quad (4.7)$$

prędkość:

$$c_1 = \sqrt{\eta_d (2 H_d + c_o^2)} = \varphi \sqrt{2 H_d + c_o^2} \quad (4.8)$$

oraz rzeczywisty spadek entalpii w wieńcu kierowniczym:

$$h_d = \frac{c_1^2}{2} - \frac{c_o^2}{2} \quad (4.9)$$

i entalpię i_1 w przekroju za wieńcem kierowniczym:

$$i_1 = i_o - h_d. \quad (4.10)$$

Określone mogą być też pozostałe parametry czynnika roboczego w przekroju 1, wobec znanego ciśnienia p_1 .

Uśredniony kąt α_1 wypływu czynnika z wieńca kierowniczego (rys.4.1) wynika z geometrii wieńca oraz wyznaczonych już parametrów i określany jest przy użyciu odpowiednich danych doświadczalnych.

4.2. Proces w wieniec wirującym

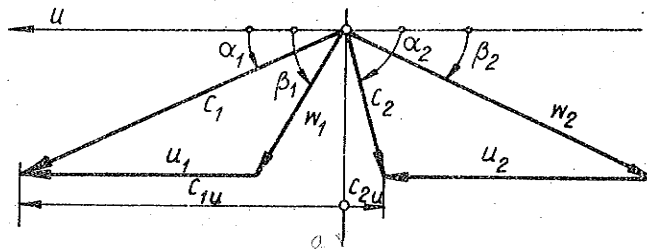
Przy przepływie przez wieniec wirujący, czynnik roboczy przekazuje mu część swojej energii, napędzając wirnik. W trakcie tego procesu ciśnienie czynnika ogólnie nie jest stałe, a najczęściej następuje tu dalsze rozprężanie od ciśnienia p_1 za wieniec kierowniczym do ciśnienia p_2 na wylocie (rys.4.1, 4.2). Przepływ przez wieniec wirujący wygodnie jest rozpatrywać w wirującym układzie współrzędnych, związanym z wirnikiem, tj. badać ruch względny. Dla określenia prędkości względnej w_1 , z jaką czynnik napływa na wirnik, należy od wyznaczonej poprzednio prędkości bezwzględnej c_1 odjąć wektorowo prędkość obwodową u_1 , równą:

$$u_1 = r_1 \omega, \quad (4.11)$$

gdzie:

- ω - jest prędkością kątową wirnika,
- r_1 - promieniem poprowadzonym w połowie wysokości łopatki.

Powstaje w ten sposób tzw. wlotowy trójkąt prędkości (rys.4.3). Określenie prędkości w_1 przy pomocy trójkąta prędkości nie jest jednak tak oczywistym zabiegiem, gdyż c_1 oznacza tu prędkość uśrednioną, tj. pewną prędkość umowną. Zagadnienie to rozpatrzone będzie dokładniej w rozdziale 7. Czynnik napływa na wieniec wirujący pod średnim kątem β_1 a wypływa pod kątem β_2 w stosunku do kierunku obwodowego, gdyż w zakrzywionych kanałach międzyłopatkowych wirnika prędkość znowu zmienia kierunek.



Rys.4.3. Trójkąty prędkości stopnia turbinowego

Z punktu widzenia obserwatora związanego z wirnikiem przepływ przez wieniec wirujący jest adiabatycznym przepływem ustalonym, podobnie jak rozpatrywany poprzednio przepływ przez wieniec kierowniczy. Słuszne jest tu więc to samo równanie energii (3.32) czyli:

$$i_2 + \frac{w_2^2}{2} = i_1 + \frac{w_1^2}{2} + L_F, \quad (4.12)$$

4-26 z 013 TURBINA

gdzie:

L_F - oznacza pracę pola sił masowych między przekrojami kontrolnymi 1 oraz 2.

Siły masowe pojawiają się tu wskutek wirowania przyjętego układu współrzędnych (siły masowe wynikające z przyspieszenia ziemskiego są pomijalnie małe w rozpatrywanym przypadku przepływów gazów i par). Są to: siła odśrodkowa oraz siła Coriolisa. Równanie energii (4.12) odniesione jest do jednostki masy czynnika i zawiera wielkości właściwe. W związku z tym, rozpatrywane siły masowe zastąpić należy odpowiednimi przyspieszeniami.

Przyspieszenie Coriolisa \vec{a}_c określone jest iloczynem wektorowym:

$$\vec{a}_c = 2 [\vec{\omega} \times \vec{w}], \quad (4.13)$$

a więc siła Coriolisa jest zawsze prostopadła do prędkości \vec{w} i w związku z tym nie wykonuje pracy L_F .

Przyspieszenie dośrodkowe \vec{a}_r wynosi:

$$\vec{a}_r = \vec{r} \omega^2, \quad (4.14)$$

w związku z czym siła odśrodkowa wykonuje pracę L_F przy przemieszczeniu elementu płynu w kierunku promieniowym. Praca ta równa jest:

$$L_F = \int_{t_1}^{t_2} (\vec{a}_r, \vec{w}) dt = \omega^2 \int_{t_1}^{t_2} (\vec{r}, \vec{w}) dt = \omega^2 \int_{t_1}^{t_2} r w_r dt,$$

gdzie:

(\vec{a}_r, \vec{w}) - oznacza iloczyn skalarny,

t_1 oraz t_2 - są chwilami czasu, w których element płynu znajduje się w przekrojach kontrolnych 1 oraz 2,

w_r - oznacza składową promieniową prędkości względnej \vec{w} .

Pamiętając, że $w_r dt = dr$, otrzymujemy dalej:

$$L_F = \omega^2 \int_{r_1}^{r_2} r dr = \omega^2 \frac{r_2^2 - r_1^2}{2} = \frac{u_2^2 - u_1^2}{2}. \quad (4.15)$$

Związek ten otrzymaliśmy nie wprowadzając żadnych założeń odnośnie drogi, jaką przebył element płynu między przekrojami 1 oraz 2, a więc pole sił odśrodkowych jest polem potencjalnym z potencjałem ϕ :

$$\phi = -\frac{u^2}{2} = -\frac{r^2 \omega^2}{2}. \quad (4.16)$$

W związku z tym równanie energii (4.12) uzyskuje postać:

$$i_2 + \frac{w_2^2}{2} = i_1 + \frac{w_1^2}{2} + \frac{u_2^2}{2} - \frac{u_1^2}{2}, \quad (4.17)$$

gdzie:

$u_2 = r_2 \omega$, a promień r_2 poprowadzony jest w połowie wysokości łopatki w przekroju 2.

Podobnie jak w przypadku wieńca kierowniczego, z równania (4.17) wyznacza się energię kinetyczną $w_2^2/2$:

$$\frac{w_2^2}{2} = i_1 - i_2 + \frac{w_1^2 + u_2^2 - u_1^2}{2} = h_w + \frac{w_1^2 + u_2^2 - u_1^2}{2}, \quad (4.18)$$

gdzie oznaczono (rys.4.4):

$$h_2 = i_1 - i_2.$$

Największą energię kinetyczną i prędkość $w_{2th} = w_{2max}$ otrzymalibyśmy tu przy rozprężaniu izentropowym do entalpii $i_{2s} = i_{2min}$ (rys.4.4), czyli:

$$\frac{w_{2th}^2}{2} = H_w + \frac{w_1^2 + u_2^2 - u_1^2}{2}, \quad (4.19)$$

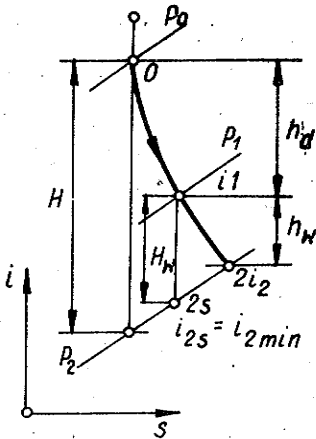
gdzie oznaczono:

$$\Delta i_{sw} = h_{sw} = i_1 - i_{2min} = H_w.$$

Analogicznie do zależności (4.4) określa się sprawność wieńca wirującego η_w :

$$\eta_w = \frac{\frac{w_2^2}{2}}{H_w + \frac{w_1^2 + u_2^2 - u_1^2}{2}} = \left(\frac{w_2}{w_{2th}} \right)^2 \quad (4.20)$$

oraz współczynnik prędkości ψ wieńca wirującego:



Rys.4.4. Schemat procesu rozprężania w wieńcu wirującym

$$\psi = \frac{w_2}{w_{2th}}; \quad \eta_w = \psi^2. \quad (4.21)$$

Przy danych parametrach na wlocie p_1, i_1, w_1, u_1 oraz zadane-
go p_2 i u_2 , po określeniu z odpowiednich danych doświadczalnych
sprawności η_w (lub współczynnika ψ) określić teraz można energię
kinetyczną:

$$\frac{w_2^2}{2} = \eta_w \left(H_w + \frac{w_1^2 + u_2^2 - u_1^2}{2} \right), \quad (4.22)$$

prędkość w_2 :

$$w_2 = \sqrt{\eta_w \left(2 H_w + w_1^2 + u_2^2 - u_1^2 \right)} \quad (4.23)$$

oraz rzeczywisty spadek entalpii:

$$h_w = \frac{w_2^2}{2} - \frac{w_1^2 + u_2^2 - u_1^2}{2}, \quad (4.24)$$

co wyznacza entalpię $i_2 = i_1 - h_w$, a przy danym ciśnieniu p_2 rów-
nież i pozostałe parametry czynnika w przekroju 2.

Uśredniony kąt wypływu w ruchu względnym β_2 (rys.4.1) wynika
z geometrii wieńca wirującego oraz wyznaczonych już parametrów i
określany jest przy użyciu odpowiednich danych doświadczalnych. Zbu-
dować teraz można wylotowy trójkąt prędkości (rys.4.3) i określić
absolutną prędkość na wylocie c_2 i kąt α_2 , jaki tworzy ona z kie-
runkiem obwodowym.

Jak wskazano, w ogólnym przypadku rozprężania czynnika robocze-
go zachodzi zarówno w wieńcu kierowniczym jak i wirującym. Dla o-
kreślenia udziału rozprężania w wieńcu wirującym w całym procesie
rozprężania w stopniu wprowadza się pojęcie stopnia reakcji ϱ (re-
akcyjności stopnia turbinowego):

$$\varrho = \frac{H_w}{H_w + H_d}, \quad (4.25)$$

przy czym występujące tu izentropowe spadki entalpii zaznaczone są
na rys.4.6. Ponieważ $H \approx H_w + H_d$, to jednocześnie:

$$H_d = (1 - \varrho) H \quad \text{oraz} \quad H_w = \varrho H. \quad (4.25a)$$

Reakcyjność jest ważnym parametrem stopnia turbinowego.

4.3. Osiągi stopnia

Po określeniu stanów czynnika i jego prędkości w przekrojach kontrolnych można sformułować równanie ciągłości (3.40), otrzymując:

$$G = k c_n \Omega = \frac{k c_n \Omega}{v}, \quad (4.26)$$

przy czym:

$$\Omega = \pi D l, \quad (4.27)$$

gdzie:

- G - oznacza natężenie masowe przepływu przez stopień,
- c_n - uśrednioną składową normalną prędkości w rozpatrywanej powierzchni kontrolnej Ω ,
- D - średnicę odpowiadającą połowie wysokości łopatki l (rys.4.1),
- k - współczynnik wynikający z różnych sposobów uśrednienia prędkości (dotychczas używane prędkości są uśrednione energetycznie) - ma tutaj ogólniejsze znaczenie i uwzględnia również wpływ szczeliny nadwieńcowej, dławnicy międzystopniowej itp. na natężenie przepływu.

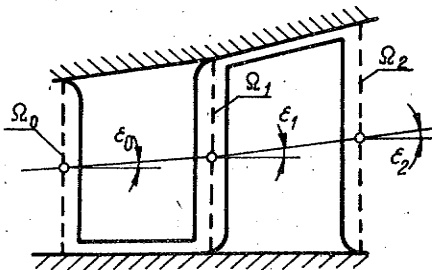
Prędkość c_n równa jest w rozpatrywanym przypadku:

$$c_n = c \sin \alpha \cos \varepsilon, \quad (4.28)$$

przy czym kąty α zaznaczone są na rys. 4.1 oraz 4.3 a kąty ε na rys.4.5. Równania ciągłości przyjmują przy tym postać:

$$\begin{aligned} Gv_0 &= k_0 \pi D_0 l_0 c_0 \sin \alpha_0 \cos \varepsilon_0, \\ Gv_1 &= k_1 \pi D_1 l_1 c_1 \sin \alpha_1 \cos \varepsilon_1, \\ Gv_2 &= k_2 \pi D_2 l_2 c_2 \sin \alpha_2 \cos \varepsilon_2. \end{aligned} \quad (4.29)$$

Dają one podstawy do określenia wymiarów stopnia.



Rys.4.5. Kąty ε stopnia turbiny

Znając stan czynnika i jego prędkości w przekrojach kontrolnych można także określić wykonaną przez czynnik pracę L_u - tzw. pracę obwodową, mierzoną przy podstawie łopatek. Jest to praca właściwa odniesiona do jednostki masy czynnika. Wyznaczamy ją zapisując równanie energii (3.32) dla przekrojów 0 oraz 2:

$$\left(i_o + \frac{c_o^2}{2}\right) - \left(i_2 + \frac{c_2^2}{2}\right) = i_o^* - i_2^* = L_u, \quad (4.30)$$

gdzie gwiazdką oznaczono entalpię spiętrzenia.

Pamiętając (rys.4.2; 4.4; 4.6), że:

$$i_o - i_2 = h_d + h_w = \Delta i, \quad (4.31)$$

otrzymujemy też:

$$L_u = \Delta i + \frac{c_o^2}{2} - \frac{c_2^2}{2} = h_u. \quad (4.32)$$

Spostrzegamy, że praca L_u równa jest spadkowi h_u na wykresie i - s procesu rozprężania czynnika w stopniu turbinowym (rys.4.6).

Podstawiając do związku Rys.4.6. Schemat procesu rozprężania w stopniu turbinowym (4.32) zależności (4.2) oraz (4.18) otrzymujemy inną postać wyrażenia na pracę h_u , nazywaną podstawowym równaniem turbiny:

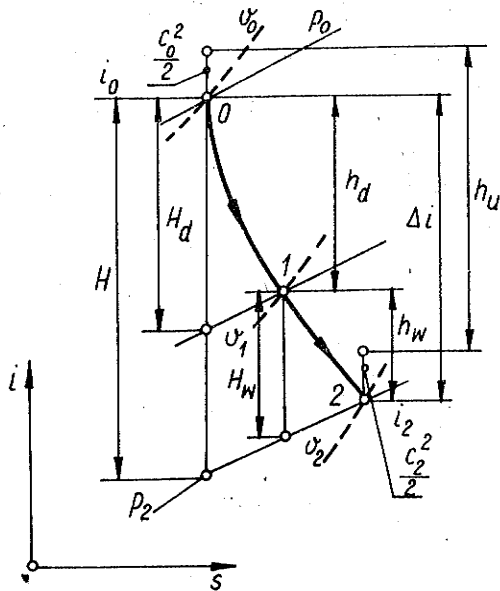
$$h_u = \frac{1}{2} \left(c_1^2 - c_2^2 + w_{2k}^2 - w_1^2 + u_1^2 - u_2^2 \right). \quad (4.33)$$

Równanie (4.33) można dalej przekształcić, wykorzystując związki wynikające z trójkątów prędkości (rys.4.3):

$$\left. \begin{aligned} w_1^2 &= c_1^2 + u_1^2 - 2 u_1 c_1 \cos \alpha_1, \\ w_2^2 &= c_2^2 + u_2^2 - 2 u_2 c_2 \cos \alpha_2, \end{aligned} \right\} \quad (4.34)$$

otrzymując:

$$h_u = u_1 c_1 \cos \alpha_1 - u_2 c_2 \cos \alpha_2. \quad (4.35)$$



Składowe obwodowe prędkości równe są (rys.4.3):

$$c_{1u} = c_1 \cos \alpha_1 \quad \text{oraz} \quad c_{2u} = c_2 \cos \alpha_2, \quad (4.36)$$

a w związku z tym:

$$h_u = u_1 c_{1u} - u_2 c_{2u} \quad (4.37)$$

*nie c2v może mieć
związek przez od c2u
możesz +*

W tej postaci związek (4.32) nazywany jest równaniem Eulera.

W przypadku stopnia o przepływie ściśle osiowym, tj. przy $u_1 = u_2 = u$, równanie Eulera ma wyjątkowo prostą postać:

$$h_u = u(c_{1u} - c_{2u}) = u \Delta c_u. \quad (4.38)$$

Równanie Eulera, mające podstawowe znaczenie w teorii maszyn wirnikowych, wyprowadzić można też w oparciu o zasadę zachowania krętu. Moc obwodowa stopnia N_u równa jest:

$$N_u = G h_u = \omega M_u, \quad (4.39)$$

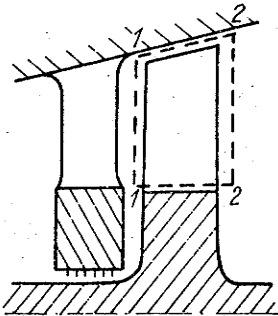
gdzie:

M_u - oznacza moment obrotowy wywierany na wirnik przez czynnik roboczy odpowiadający mocy N_u .

Przyjmując powierzchnię kontrolną jak na rys.4.7, dla rozważanego tu przepływu ustalonego, bez oddziaływania sił masowych, otrzymuje się z zal. (3.65) i (3.66):

$$\int_{A_1} n_u p_1 r dA + \int_{A_2} n_u p_2 r dA + \int_{A_b} n_u p_b r dA + \int_{A_b} n_u \gamma r dA =$$

$$= \int_{A_1} c_{1u} r \rho c_{1n} dA - \int_{A_2} c_{2u} r \rho c_{2n} dA. \quad (4.40)$$



Zauważamy, że pierwsza i druga całka po lewej stronie zal. (4.40) są równe zero, gdyż kierunek n_u jest tu prostopadły do r . Powierzchnia A_b obejmuje omywane płynem powierzchnie boczne łopatek oraz górne i dolne ograniczenia kanału, stąd dwie dalsze całki po le-

Rys.4.7. Powierzchnie kontrolne przy wyprowadzaniu równania Eulera

wej stronie zal. (4.40) równe są poszukiwanemu momentowi M_u . Wprowadzając po prawej stronie tej zależności wartości średnie otrzymujemy:

$$M_u = G c_{1u} r_1 - G c_{2u} r_2, \quad (4.41)$$

co oznacza, że moment obrotowy równy jest tu różnicy krętu strumienia w przekroju wlotowym i wylotowym. Podstawienie (4.41) do (4.39) prowadzi do:

$$h_u = \frac{\omega M_u}{G} = \frac{\omega (G c_{1u} r_1 - G c_{2u} r_2)}{G},$$

tj. do tego samego wyniku jak zal. (4.37).

Sprawnością obwodową stopnia turbinowego nazywamy stosunek pracy obwodowej h_u do energii rozporządzalnej stopnia E :

$$\eta_u = \left(\frac{h_u}{E} \right). \quad (4.42)$$

Energia rozporządzalna, tj. energia, która stoi do dyspozycji do zamiany na pracę w danym stopniu, określona jest wyrażeniem:

$$E = \frac{c_o^2}{2} + H - \delta \frac{c_2^2}{2}, \quad (4.43)$$

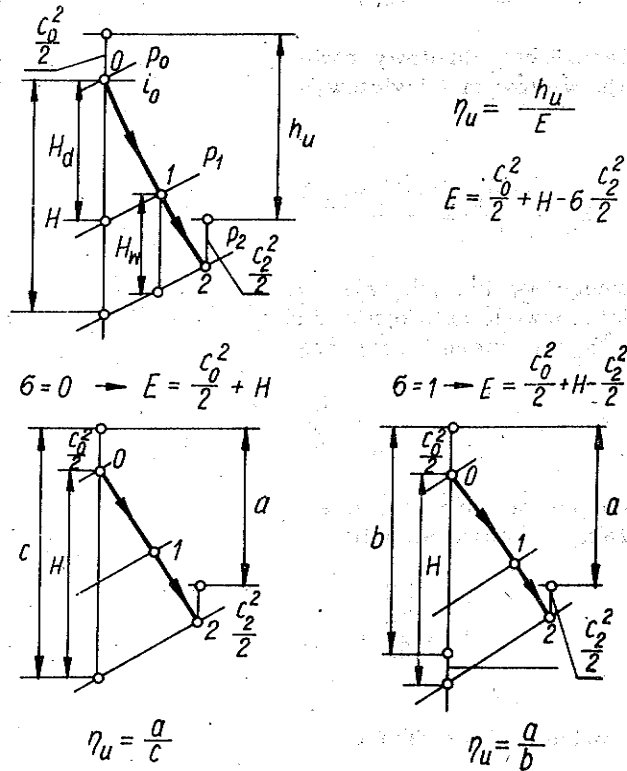
gdzie:

- c_o - jest prędkością z jaką czynnik napływa na wieniec kierowniczy,
- H - izentropowym spadkiem entalpii stopnia,
- c_2 - prędkością czynnika na wylocie ze stopnia,
- δ - nazywany jest współczynnikiem wykorzystania energii kinetycznej prędkości wylotowej, tj. straty wylotowej stopnia $c_2^2/2$, przy czym $0 \leq \delta \leq 1$.

Przypadek $\delta = 1$ oznacza całkowite wykorzystanie energii $c_2^2/2$, np. w następnym stopniu grupy, dla którego energia ta staje się energią kinetyczną napływu na wieniec kierowniczy $c_o^2/2$ lub w usytuowanym za rozpatrywanym stopniem idealnym dyfuzorze, podwyższającym odpowiednio ciśnienie statyczne. Przypadek $\delta = 0$ oznacza z kolei, że energia $c_2^2/2$ nie jest już dalej wykorzystywana, stanowiąc w całości stratę. W praktyce występują często przypadki pośrednie. Widzimy, że wykorzystanie energii kinetycznej $c_2^2/2$ zależy głównie od elementów



usytuowanych za rozpatrywanym stopniem. Określanie sprawności obwodowej stopnia ilustruje rys.4.8.



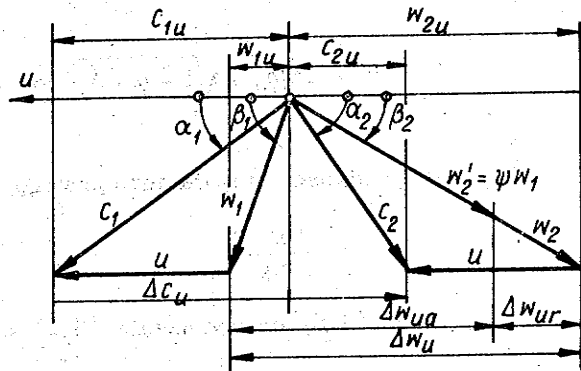
Rys.4.8. Określanie sprawności stopnia turbiny

5. CHARAKTERYSTYCZNE STOPNIE TURBINOWE

5.1. Zależności ogólne

Sprawność obwodowa η_u zależy od kinematyki przepływu w stopniu turbinowym, określonej trójkątami prędkości, oraz od sprawności wieńców - kierowniczego i wirującego. Dla zbadania tych zależności należy sprawność η_u przedstawić w postaci wyrażenia zawierającego wyłącznie stosunki prędkości, tj. głównie stosunki boków trójkątów prędkości, reakcyjność oraz kąty wypływu z wieńców i sprawności tych

wieńców. Dla uproszczenia rozpatrzmy tu tylko stopień o przepływie czysto osiowym ($u_1 = u_2 = u$), którego trójkąty prędkości przedstawiono na rys.5.1. Spostrzegamy że:



$h_u = u \Delta c_u =$
 $= u \Delta w_u$
 1) > w_1, β_1, β_2 - akcyjna
 2) pow. w_2 - reakcyjna

Rys.5.1. Trójkąty prędkości czysto osiowego stopnia turbinowego

$$c_{2u} = w_2 \cos \beta_2 - u, \quad (5.1)$$

a więc praca obwodowa h_u równa jest tu:

$$h_u = u (c_{1u} + c_{2u}) = u (c_1 \cos \alpha_1 + w_2 \cos \beta_2 - u). \quad (5.2)$$

Wprowadźmy umowną (fikcyjną) prędkość c_ϕ , odpowiadającą izentropowemu spadkowi entalpii stopnia:

$$H = \frac{c_\phi^2}{2}. \quad (5.3)$$

Przy tym wyrażenie na sprawność obwodową przyjmie postać:

$$\eta_u = \frac{h_u}{E} = \frac{2u (c_1 \cos \alpha_1 + w_2 \cos \beta_2 - u)}{c_o^2 + c_\phi^2 - \delta c_2^2}. \quad (5.4)$$

Ponadto ze związków (4.8) oraz (4.23) otrzymujemy:

$$c_1 = \sqrt{\eta_d} \sqrt{2(1 - \varrho) H + c_o^2} = \sqrt{\eta_d} c_\phi \sqrt{1 - \varrho + \delta_1}, \quad (5.5)$$

$$\delta_1 = \left(\frac{c_o}{c_\phi} \right)^2 \quad (5.5a)$$

oraz:

$$w_2 = \sqrt{\eta_w} \sqrt{2 \rho H + w_1^2} = \sqrt{\eta_w} c_\phi \sqrt{\varrho + \delta_2}, \quad (5.6)$$

$$\delta_2 = \left(\frac{w_1}{c_\phi} \right)^2 - \eta_d (1 - \varrho + \delta_1) + x^2 - 2 \sqrt{\eta_d} x \sqrt{1 - \varrho + \delta_1} \cos \alpha_1, \quad (5.6a)$$

gdzie:

x - oznacza wskaźnik prędkości stopnia turbinowego

$$x = \frac{u}{c_\phi}. \quad (5.7)$$

Podstawiając (5.5) oraz (5.6) do wyrażenia (5.4) otrzymuje się ostatecznie:

$$\eta_u = \frac{2x (\sqrt{\eta_d} \cos \alpha_1 \sqrt{1 - \varrho + \delta_1} + \sqrt{\eta_w} \cos \beta_2 \sqrt{\varrho + \delta_2} - x)}{\delta_1 + 1 - \delta \delta_3} \quad (5.8)$$

$$\delta_3 = \left(\frac{c_2}{c_\phi} \right)^2 = \eta_w (\varrho + \delta_2) + x^2 - 2x \sqrt{\eta_2} \sqrt{\varrho + \delta_2} \cos \beta_2$$

Widzimy, że sprawność obwodowa stopnia jest złożoną funkcją wskaźnika prędkości x , reakcyjności ϱ , kątów wypływu czynnika z wieńców α_1 oraz β_2 , sprawności wieńców η_d oraz η_w (lub współczynników prędkości φ oraz ψ) i wielkości δ_1 . W związku z tym wpływ poszczególnych wielkości nie jest tu bezpośrednio widoczny. Jednak w niektórych szczególnych przypadkach, odpowiadających charakterystycznym typom stopni turbinowych, zależność (5.8) przyjmuje prostszą i bardziej wyraźną postać. Przypadki te będą rozpatrywane dalej.

Zauważmy jeszcze, że z trójkątów prędkości (rys.5.1) wynikają zależności:

$$c_{1u} = w_{1u} + u \quad \text{oraz} \quad w_{2u} = c_{2u} + u, \quad (5.9)$$

a stąd:

$$h_u = u \Delta c_u = u (c_{1u} + c_{2u}) = u (w_{1u} + w_{2u}) = u \Delta w_u. \quad (5.10)$$

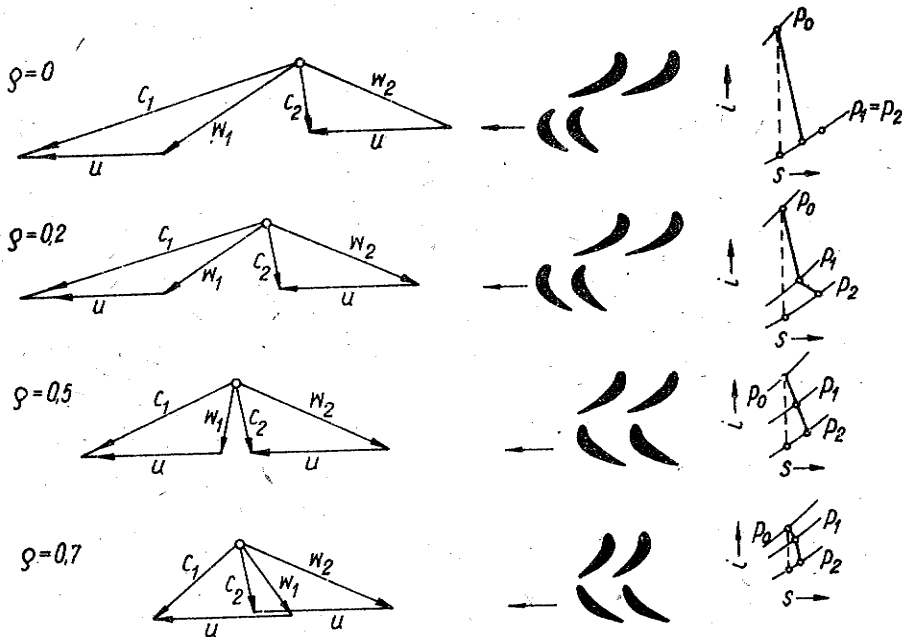
Widzimy, że przy danej prędkości obwodowej u praca obwodowa stopnia h_u , tj. energia właściwa przekazywana wirnikowi w stopniu, jest

proporcjonalna do przyrostu składowych obwodowych prędkości $\Delta c_u = \Delta w_u$. Uzyskanie odpowiednio dużego przyrostu Δw_u możliwe jest w dwojaki sposób:

- sposobem "akcyjnym", tj. przez znaczną zmianę kierunku przepływu na wylocie z wieńca wirującego w stosunku do wlotu, czyli przez tzw. odgięcie strumienia $\Delta \beta = 180^\circ - (\beta_1 + \beta_2)$ w krzywoliniowym kanale międzyłopatkowym, bez powiększania prędkości przepływu; przy tym reakcyjność stopnia $q = 0$ oraz $w_2 = \psi w_1$; odpowiadający temu sposobowi przyrost Δw_{ua} zaznaczono na rys. 5.1; teoretycznie możliwe jest tu odgięcie strumienia o 180° (przy $\beta_1 = \beta_2 = 0$), natomiast stosowane w praktyce odgięcia są mniejsze:

- sposobem "reakcyjnym", tj. przez powiększenie prędkości w_2 na wylocie w stosunku do prędkości w_1 na wlocie, dzięki rozprężeniu czynnika również i w wieńcu wirującym; reakcyjność stopnia jest przy tym dodatnia ($q > 0$); związany z tym przyrost Δw_{ur} również zaznaczono na rys. 5.1; nacisk czynnika na łopatkę powstaje tu na zasadzie "odrztutu".

Zwyczajowo - stopnie, w których wykorzystany jest pierwszy sposób uzyskania przyrostu Δw_{ua} oraz turbiny zestawione z takich stopni nazywane były akcyjnymi, a w przypadku sposobu drugiego - reakcyjnymi. Stosowanie dawniej praktycznie wyłącznie stopni o reakcyjności $q = 0$ lub $q = 0,5$ tym bardziej uzasadniało taki podział.



Rys. 5.2. Trójkąty prędkości, zarys profili łopatek i schematy procesu rozprężania w stopniu turbinowym przy różnych reakcyjnościach

We współczesnych konstrukcjach turbin wykorzystywane są zwykle jednocześnie oba sposoby powiększania przyrostu Δw_u (jak na rys.5.1, gdzie $\Delta w_u = \Delta w_{ua} + \Delta w_{ur}$), a reakcyjność traktowana jest przy tym jako jeden z parametrów stopnia, dobieranych w wyniku optymalizacji, zawierającym się przeważnie w granicach $0,03 < \varrho < 0,8$. Przy niekorzystnych zmianach warunków pracy, pojawiają się też reakcyjności ujemne (czemu odpowiada sprężanie w wieńcu wirującym). W tej sytuacji podział stopni i turbin na akcyjne i reakcyjne jest nieuzasadniony i zastępowany jest podziałem wykorzystującym cechy rozwiązania konstrukcyjnego. Rozróżniamy więc turbiny komorowe, w których tarcze z wieńcami wirującymi wirują w komorach tworzonych przez kolejne tarcze z wieńcami kierowniczymi oraz turbiny bębnowe (bezkomorowe), o zbliżonym do ciągłego kanale przepływowym i wirniku bębnowym.

W turbinach bębnowych stosowane są większe reakcyjności stopni niż w turbinach komorowych. Na rys.5.2 pokazano zarysy profili łopatek i trójkąty prędkości stopni turbinowych o różnej reakcyjności.

5.2. Stopień de Laval'a - *ADRIEN CITO KUYM*

Rozpatrzmy stopień turbinowy o następujących cechach:

$$\varrho = 0 ; \quad \delta = 0 ; \quad c_o = 0 ; \quad \delta_1 = 0 . \quad (5.11)$$

W takim przypadku z zal. (5.5) oraz (5.6) wynika:

$$c_1 = \varphi c_\phi \quad \text{oraz} \quad w_2 = \psi w_1 . \quad (5.12)$$

Przypadek ten odpowiada pierwszej konstrukcji jednostopniowej turbiny parowej, zbudowanej przez szwedzkiego konstruktora de Laval'a w 1883 r.

Wprowadzając (5.11) oraz (5.12) do wyrażenia (5.8) otrzymujemy związek:

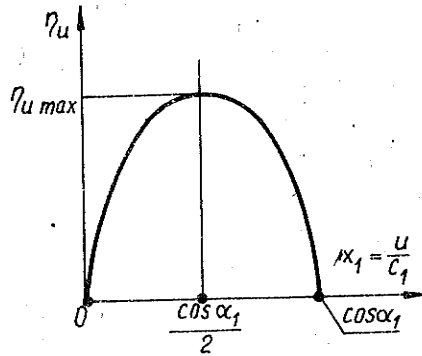
$$\eta_u = 2 x (\varphi \cos \alpha_1 - x) \left(1 + \psi \frac{\cos \beta_2}{\cos \beta_1} \right), \quad (5.13)$$

lub tzw. wzór Banki, po podstawieniu wskaźnika prędkości:

$$x_1 = \frac{u}{c_1} = \frac{x}{\varphi}, \quad (5.14)$$

$$\eta_u = 2 \varphi^2 x_1 (\cos \alpha_1 - x_1) \left(1 + \psi \frac{\cos \beta_2}{\cos \beta_1} \right). \quad (5.15)$$

Przy ustalonych wartościach φ , ψ oraz $\cos \beta_2 / \cos \beta_1$ sprawność obwodowa takiego czysto akcyjnego stopnia w funkcji wskaźnika prędkości x_1 jest parabolą kwadratową (rys.5.3) o miejscach zerowych przy wartościach $x_1 = 0$ oraz $x_1 = \cos \alpha_1$. Przy wskaźnikach $x_1 > \cos \alpha_1$, sprawność jest ujemna, co oznacza, że stopień nie dostarcza pracy lecz ją pobiera.



Optymalny wskaźnik prędkości równy jest:

Rys.5.3. Sprawność obwodowa stopnia de Labala

$$x_{1 \text{ opt}} = \left(\frac{u}{c_1} \right)_{\text{opt}} = \frac{\cos \alpha_1}{2}$$

oraz

$$x_{\text{opt}} = \frac{\varphi \cos \alpha_1}{2}, \quad (5.16)$$

a odpowiadająca mu największa wartość sprawności wynosi

$$\eta_{u \text{ max}} = \frac{\varphi^2}{2} \cos^2 \alpha_1 \left(1 + \psi \frac{\cos \beta_2}{\cos \beta_1} \right) \quad (5.17)$$

Obecnie stopnie typu de Laval'a wykorzystuje się głównie jako pierwszy stopień turbin wielostopniowych (tzw. stopień regulacyjny). Stosuje się przy tym niewielką dodatnią reakcyjność, zwykle $0,03 < \varphi < 0,08$, $\alpha_1 = 10 \div 20^\circ$ (przy mniejszych wartościach kąta α_1 następuje spadek współczynnika prędkości φ) oraz kąt β_1 nieznacznie większy od kąta β_2 , przy czym $\cos \beta_2 / \cos \beta_1 > 1$.

Zgodnie z określeniem (5.3), izentropowy spadek entalpii stopnia związany jest ze wskaźnikiem prędkości x ogólną zależnością (dotyczącą nie tylko stopnia de Laval'a):

$$H = \frac{u_{\text{max}}^2}{2x^2} \quad (5.18)$$

Wobec ograniczenia prędkości obwodowej ze względów wytrzymałościowych wynika stąd, że przy warunku dobrej sprawności stopnia (tj. $x \approx x_{\text{opt}}$) możliwy do wykorzystania spadek entalpii w stopniu jest również ograniczony i wynosi:

$$H_{\text{max}} = \frac{u_{\text{max}}^2}{2x_{\text{opt}}^2} \quad (5.19)$$

W rozpatrywanym przypadku stopnia de Laval'a daje to związek:

$$H_{\max} = \frac{2 u_{\max}^2}{\varphi^2 \cos^2 \alpha_1} \quad (5.20)$$

5.3. Stopień Curtisa

Zmniejszenie koniecznej do opanowania dużych spadków entalpii prędkości obwodowej, tj. zmniejszenie x_{opt} , uzyskał w swojej konstrukcji turbiny parowej Amerykanin Curtis w 1900 r. Zastosował on tzw. stopniowanie prędkości w kilku kolejnych wieńcach wirujących, umieszczonych na wspólnym kole wirnikowym, przeplatanych nieruchomymi wieńcami odwracającymi, odpowiednio kierujących stumień pary (rys.5.4). Stopień Curtisa jest więc w odróżnieniu od jednowieńcowego

($z = 1$) stopnia de Laval'a stopniem wielowieńcowym ($z = 2, 3, \dots$), przy czym podobnie jak poprzednio: $\varphi = 0$; $\theta = 0$; $c_0 = 0$; $\delta_1 = 0$.

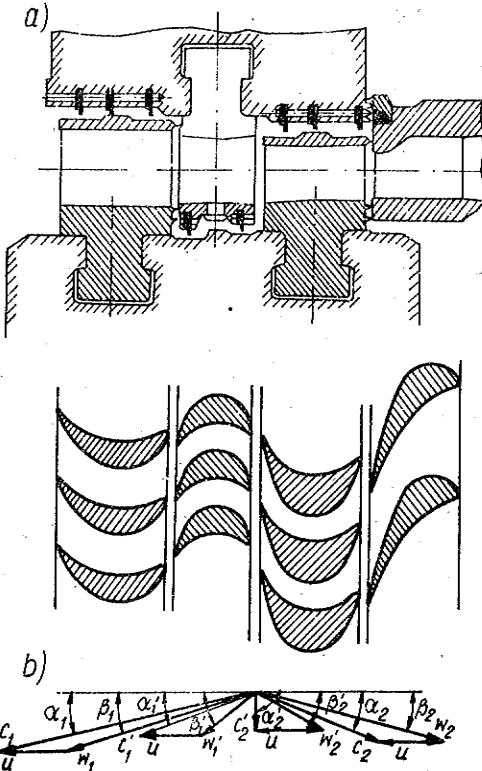
Sprawność obwodowa stopnia Curtisa równa jest:

$$\eta_u = \frac{u \sum_{i=1}^z (c_{1ui} + c_{2ui})}{E} \quad (5.21)$$

gdzie:

z - jest liczbą wieńców wirujących. W praktyce stosuje się tu dwa, lub rzadko, trzy takie wieńce.

Podobnie jak w przypadku stopnia jednowieńcowego, przekształcając wyrażenie (5.21) wykazać można, że sprawność η_u jest tu również parabolą kwadratową (rys.5.5) w funkcji wskaźnika prędkości x_1 (lub x), której maksimum odpowiada wartości:



Rys.5.4. Schemat i trójkąty prędkości dwuwieńcowego stopnia Curtisa

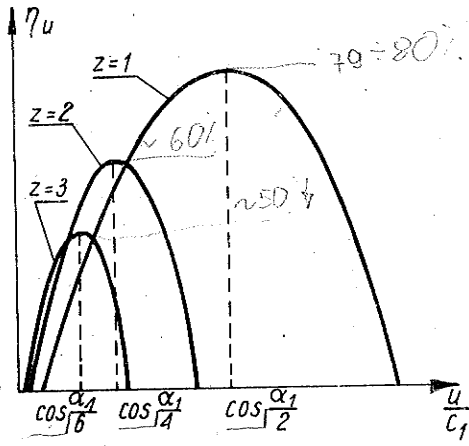
$$x_{1 \text{ opt}} \approx \frac{\cos \alpha_1}{2z} \quad \text{oraz} \quad x_{\text{opt}} \approx \frac{\varphi \cos \alpha_1}{2z} \quad (5.22)$$

Przy $z = 1$ otrzymuje się tu oczywiście optymalny wskaźnik prędkości stopnia de Laval'a.

Zależność (5.19) przyjmuje więc w przypadku stopnia wielowieńcowego postać:

$$H_{\text{max}} = \frac{2 u_{\text{max}}^2}{z \varphi^2 \cos^2 \alpha_1} \quad (5.23)$$

Spostrzegamy, że zastosowanie stopniowania prędkości pozwala opinać przy tej samej prędkości obwodowej znacznie większe spadki entalpii, tj. w dwuwieżkowym stopniu Curtisa ($z = 2$) - czterokrotnie większy spadek niż w stopniu de Laval'a ($z = 1$); w stopniu trójwieńcowym ($z = 3$) - spadek dziewięciokrotnie większy. Odbywa się to jednak kosztem uzyskiwanej sprawności, która maleje ze wzrostem liczby wieńców (rys.5.5).



Rys.5.5. Porównanie sprawności stopni o różnej liczbie wieńców z .

Obecnie dwuwieżkowe, rzadziej trójwieńcowe stopnie Curtisa stosowane są jako jednostopniowe, a więc tanie i proste turbiny do napędów awaryjnych i pomocniczych oraz jako stopnie regulacyjne (tylko $z = 2$) turbin wielostopniowych mniejszych mocy.

15. 05. 1948
27. 2. 1

5.4. Stopień Rateau - Zoelly AKC47

Zamiast stopniowania prędkości w stopniu wielowieńcowym, przy znacznych spadkach entalpii można podzielić ten spadek na odpowiednie części i zastosować tzw. stopniowanie ciśnienia w układzie wielostopniowym. Konstrukcyjnego opracowania tej zasady w przypadku stopni budowy komorowej dokonali prawie równocześnie ok. 1900 r. Francuz Rateau oraz Szwajcar Zoelly.

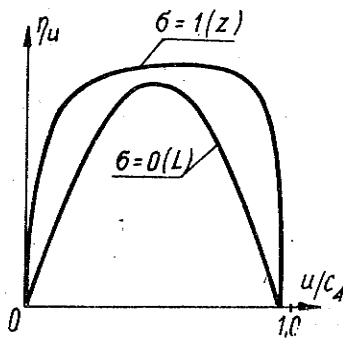
Kolejnym przykładem jest więc grupa stopni komorowych. Pojedynczy stopień takiej grupy, tzw. stopień Rateau-Zoelly, charakteryzuje się następującymi parametrami: $\varphi = 0$; $\delta = 1$; $c_0 \approx c_2$.

W przypadku stopni turbinowych pracujących w grupie, możliwe jest praktycznie całkowite wykorzystanie energii kinetycznej odpowiadającej prędkości wylotowej ze stopnia (oprócz ostatniego stopnia grupy). Jeśli

odległości między stopniami są dostatecznie małe, istnieje zasilanie na pełnym obwodzie, nie występują międzystopniowe upusty czynnika roboczego a kąty napływu czynnika na palisady kierownicze dobrane są odpowiednio, to osiągalne są wartości współczynnika σ bliskie 1. W takim przypadku, dla średniego stopnia grupy, wobec

$$\frac{c_o^2}{2} \approx \sigma \frac{c_2^2}{2} \text{ obowiązuje relacja } E = H \text{ (zal. 4.43).}$$

Z tego względu sprawność stopnia Rateau - Zoelly $\eta_u = \frac{h_u}{H}$ jest większa od sprawności stopnia de Laval'a ($\sigma = 0$) $\eta_u = \frac{h_u}{\frac{c_o^2}{2} + H}$.



Rys.5.6. Porównanie sprawności obwodowej stopnia Rateau - Zoelly (Z) oraz stopnia de Laval'a (L)

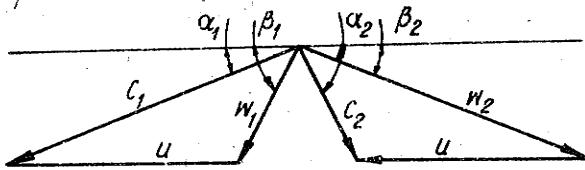
W funkcji wskaźnika prędkości obrazuje ją niesymetryczna krzywa ze spłaszczonym wierzchołkiem (rys.5.6) o większej wartości η_{max} i przesuniętym maksimum, w stosunku do sprawności stopnia de Laval'a ($\sigma = 0$).

Obecnie, dla poprawy ich sprawności, stosuje się stopnie budowy komorowej typu Rateau - Zoelly z nieznaczną reakcyjnością $\sigma = 0,05 \div 0,15$ w strefie wysokich parametrów czynnika roboczego oraz z powiększoną reakcyjnością, nawet do wartości ok. 0,4 w strefie średnich parametrów. Właściwości takich stopni zawierają się pomiędzy właściwościami rozpatrzonego wyżej stopnia ($\sigma = 0$) a właściwościami stopnia Parsonsa ($\sigma = 0,5$).

5.5. Stopień Parsonsa

W 1884 r. angielski konstruktor Parsons zbudował turbinę wielostopniową ze stopniowaniem ciśnienia, w której czynnik roboczy (para wodna) rozprężał się równomiernie tak w kanałach kierowniczych jak i wirujących, przy czym reakcyjność $\sigma = 0,5$ ($H_d = H_w$).

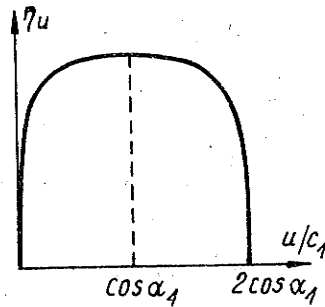
Grupy stopni Parsonsa osadzone są zwykle na wirniku bębnowym (a nie tarczowym - jak stopnie dotąd rozpatrzone). Spełnione są przy tym warunki potrzebne do wykorzystania energii związanej z prędkością wylotową, tak że współczynnik $\sigma = 1$. Dla unifikacji łopatek stosuje się tu też na ogół te same profile łopatek kierowniczych i wirujących (symetryczne profile) tj. $\alpha_1 = \beta_2$. W tych warunkach trójkąty prędkości stopnia są symetryczne (rys. 5.7). Stopień Parsonsa charakteryzuje się więc następującymi cechami:



$$\alpha_1 = \beta_2; \quad \beta_1 = \alpha_2 = \alpha_0$$

$$c_1 = w_2; \quad w_1 = c_2 = c_0$$

Rys.5.7. Trójkąty prędkości stopnia Parsonsa



Rys.5.8. Sprawność obwodowa stopnia Parsonsa

$$\varphi = 0,5; \quad b = 1; \quad \alpha_1 = \beta_2; \quad c_2 = c_0; \quad \psi = \psi; \quad c_1 = w_2; \quad w_1 = c_2;$$

$$\beta_1 = \alpha_2; \quad E = H \dots \quad (5.24)$$

Wykorzystując warunki (5.24) i wprowadzając wskaźnik prędkości $x_1 = u/c_1$, otrzymuje się następujące wyrażenie na sprawność stopnia Parsonsa:

$$\eta_u = \frac{x_1(2 \cos \alpha_1 - x_1)}{\frac{1}{\varphi^2} - 1 + 2x_1 \cos \alpha_1 - x_1^2} \quad (5.25)$$

Sprawność tę obrazuje funkcja symetryczna względem linii $(x_1)_{opt} = \cos \alpha_1$, określająca maksimum o spłaszczonym wierzchołku (rys.5.8).

Zależność między wskaźnikami x oraz x_1 określona jest w przypadku stopnia Parsonsa związkiem:

$$x = \frac{x_1}{\sqrt{2 \left(\frac{1}{\varphi^2} - 1 + 2x_1 \cos \alpha_1 - x_1^2 \right)}} \quad (5.26)$$

skąd optymalny wskaźnik x_{opt} :

$$x_{opt} = \frac{\cos \alpha_1}{\sqrt{2 \left(\frac{1}{\varphi^2} - \sin^2 \alpha_1 \right)}} \approx \frac{\cos \alpha_1}{\sqrt{2}} \quad (5.27)$$

dwie strony maksymalnej prędkości

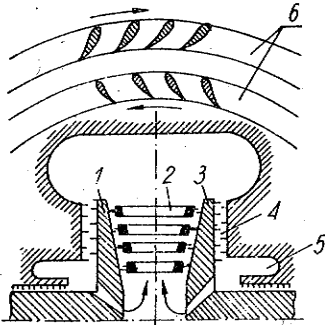
Zależność (5.19) przyjmuje więc w przypadku stopnia Parsonsa postać:

$$H_{\max} = \frac{u_{\max}^2}{2 \cos^2 \alpha_1}, \quad (5.28)$$

a więc spadek H_{\max} jest tu dwa razy mniejszy niż w przypadku stopnia de Laval'a (przy tej samej prędkości obwodowej).

5.6. Stopień Ljungströma

Wszystkie dotąd omawiane charakterystyczne stopnie turbinowe były stopniami osiowymi. Szwedzcy konstruktorzy bracia Ljungström zbudowali w 1912 r. turbinę promieniową całkowicie reakcyjną ($\varphi = 1$), o dwóch przeciwbieżnych wirnikach o schemacie jak na rys.5.9.



Rys.5.9. Schemat turbiny Ljungströma: 1 oraz 3 - wirniki obracające się w przeciwnych kierunkach; 2 - łopatki; 4 - uszczelnienia; 5 - komory w kadłubie dla doprowadzania pary; 6 - przekrój poprzeczny przez sąsiednie wienca łopatkowe, na którym widoczne są profile łopatek

W konstrukcji tej każdy wieniec wirujący jest zarazem wieniec kierowniczym dla następnego stopnia. Ponieważ nie ma tu rozprężania w nieruchomych kanałach kierowniczych (wobec ich braku), to reakcyjność $\varphi = 1$. W związku z tym stopień turbiny Ljungströma składa się tylko z jednego wienca. Sprawność obwodowa stopnia Ljungströma wyraża się tą samą zależnością (5.25) jak sprawność półreakcyjnego stopnia Parsonsa, jeśli podstawić w miejsce x_1 wyrażenie $2u/w_2$, przy czym wobec braku wienca kierowniczego prędkość w_2 odpowiada tu prędkości c_1 . Optymalny wskaźnik prędkości wynosi tu:

$$\frac{u}{w_2} = \frac{\cos \beta_2}{2}, \quad (5.29)$$

a spadek H_{\max} równy jest:

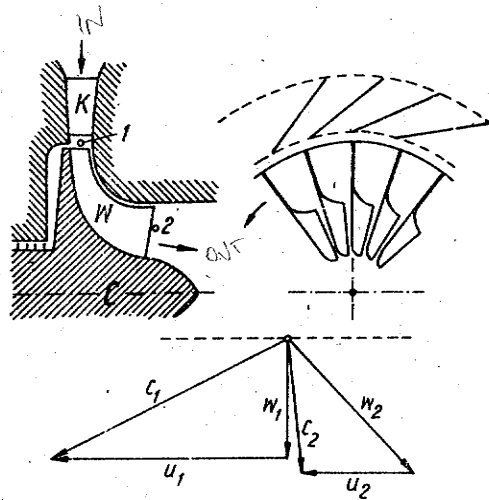
$$H_{\max} = \frac{4 u_{\max}^2}{\cos^2 \beta_2} \quad (5.30)$$

Mimo wielu zalet, turbiny systemu Ljungströma są obecnie stosowane tylko wyjątkowo, wobec występujących trudności konstrukcyjnych przy większych mocach.

5.7. Stopień promieniowy dośrodkowy

Schemat turbinowego promieniowego stopnia dośrodkowego przedstawiono na rys.5.10. Przepływ w nim odbywa się w przeciwnym kierunku jak w stopniu odśrodkowej sprężarki promieniowej. Rozwiązania konstrukcyjne są tu podobne jak w sprężarkach. Turbiny z takimi stopniami stosowane są wyłącznie jako jednostopniowe w układach turbodoładowania oraz w małych turbinach gazowych.

Promieniowe stopnie dośrodkowe charakteryzują się dobrą sprawnością i stosunkowo dużą wartością spadku H_{\max} . Ze względów konstrukcyjnych trudno jest tu jednak zrealizować większe natężenia przepływu czynnika roboczego, niezbędne przy większych mocach, co warunkuje zastosowania.



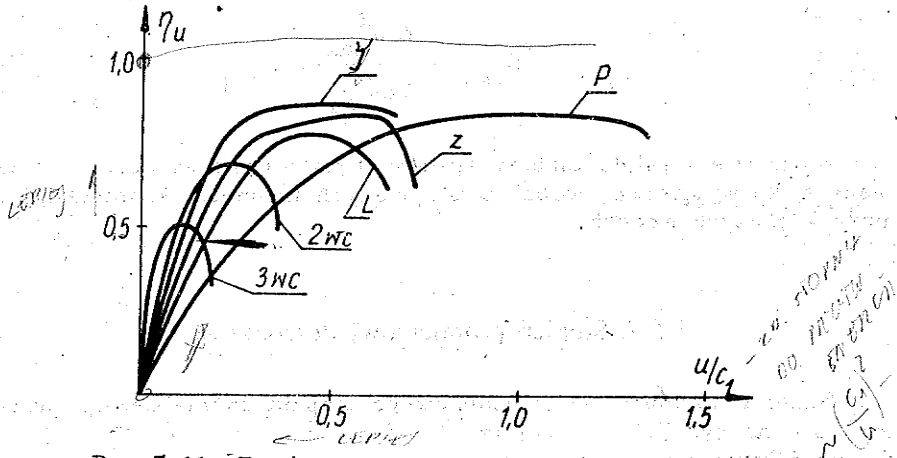
Rys.5.10. Schemat stopnia promieniowego dośrodkowego oraz jego trójkąty prędkości: K-wieniec promieniowych łopatek kierowniczych, W-wirnik z łopatkami wirującymi

5.8. Porównanie stopni turbinowych

Porównanie stopni przeprowadzać można z rozmaitych punktów widzenia. Niżej przedstawiono dwa typowe sposoby porównania własności stopni.

Na rys.5.11 zestawiono zależności $\eta_u = f(x_1)$ różnych typów stopni turbinowych, co pozwala porównać osiągnięte sprawności oraz po-

Na punkt



Rys. 5.11. Porównanie sprawności obwodowych różnych stopni turbinowych w funkcji wskaźnika prędkości: 3WC - trójwieńcowy stopień Curtisa; 2WC - dwuwieńcowy stopień Curtisa; L - stopień de Laval'a; Y - stopień Ljungströma; Z - stopień Rateau - Zoelly; P - stopień Parsonsa

średnio - zdolność do przetwarzania energii, proporcjonalną do odwrotności kwadratu wskaźnika prędkości stopnia (zal. 5.19).
 Widzimy, że stopnie jednowieńcowe osiągają zbliżone maksymalne sprawności, przy znacznie zróżnicowanym optymalnym wskaźniku prędkości. Stopnie wielowieńcowe mają największą zdolność do przetwarzania energii (tj. najmniejsze wskaźniki prędkości), ale kosztem pogorszonej sprawności.

Tablica 5.1 zawiera porównanie zdolności do przetwarzania energii (tj. wartości H_{max}) kilku typów stopni, przy tej samej prędkości obwodowej. Typowe wartości wskaźników charakterystycznych różnych stopni, umożliwiającymi inne porównania, zestawiono w tablicy 8.1 (rozd. 8).

Tablica 5.1

Porównanie stopni turbinowych

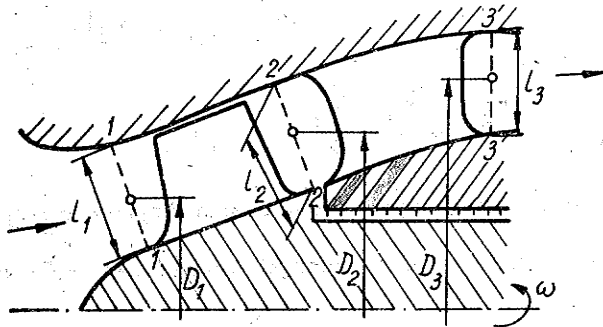
Typ stopnia	de Laval'a	Curtisa $z = 2$	Parsonsa	Ljungströma
Optimalny wskaźnik prędkości $x_{1 opt}$	$\frac{\cos \alpha_1}{2}$	$\frac{\cos \alpha_1}{4}$	$\frac{\cos \alpha_1}{\sqrt{2}}$	$\frac{\cos \beta_2}{2}$
$\frac{H_{max}}{H_{maxL}}$	1	4	$\frac{1}{2}$	1
$\frac{z}{z_L}$	1	$\frac{1}{4}$	2	1

gdzie:

- H_{\max} - oznacza największy spadek izentropowy rozpatrywanego stopnia przy prędkości obwodowej u , zgodnie z zal. (5.19);
- $H_{\max L}$ - także spadek stopnia de Laval'a;
- z - liczbę stopni rozpatrywanego typu w przypadku zestawienia z nich turbiny wielostopniowej o izentropowym spadku entalpii H ;
- z_L - liczbę stopni tejże turbiny zestawionej ze stopni de Laval'a.

6. JEDNOWYMIAROWA TEORIA STOPNIA SPRĘŻARKOWEGO

Rozpatrzmy adiabatyczny, ustalony przepływ czynnika roboczego w stopniu sprężarkowym o dowolnej geometrii (rys.6.1) i zastosujmy ten sam sposób analizy [12], jak w przypadku stopnia turbinowego (rozdz. 4). Złożone pola parametrów w wyróżnionych przekrojach kontrolnych przed i za wieńcami łopatkowymi (rys.6.1) zastępujemy wartościami uśrednionymi.

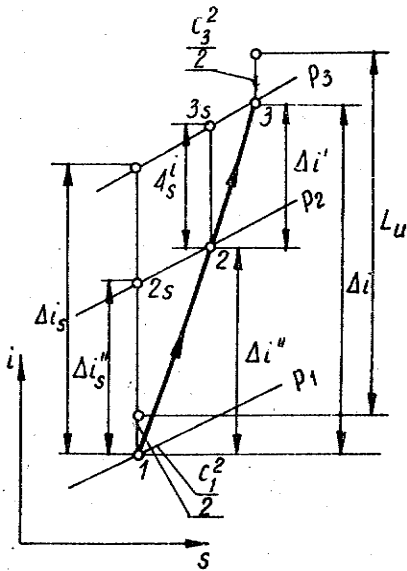


Rys.6.1. Schemat stopnia sprężarkowego

Z równania energii, zapisanego dla przepływu względnego przez wieńiec wirujący między przekrojami 1 oraz 2, wynika związek analogiczny do (4.17):

$$i_2 + \frac{w_2^2}{2} = i_1 + \frac{w_1^2}{2} + \frac{u_2^2 - u_1^2}{2}. \quad (6.1)$$

Oznaczając przyrost entalpii czynnika w wieńcu wirującym $i_2 - i_1 = \Delta i_w = h_w$ (rys.6.2), otrzymujemy:



Rys.6.2. Schemat procesu sprężania w stopniu sprężarkowym

$$\frac{w_2^2}{2} = \frac{w_1^2 + u_2^2 - u_1^2}{2} - h_w \quad (6.2)$$

Przyrost entalpii h_w (w przypadku sprężarki za dodatnie uważamy przyrosty entalpii) odpowiada przyrostowi ciśnienia statycznego od p_1 do p_2 (rys.6.1).

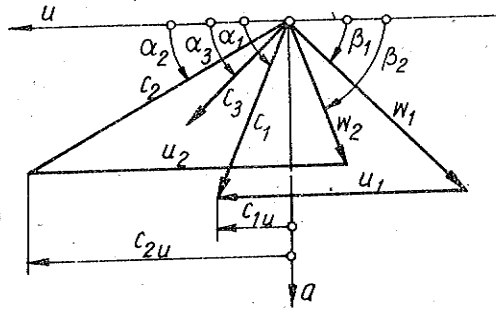
Osiągnięte ciśnienie p_2 zależy także od przyrostu entropii w tym procesie. W izentropowym procesie sprężania, zachodzącym bez strat, dla uzyskania ciśnienia p_2 wystarczyłby przyrost entalpii $\Delta i_{sw} = h_{sw} = H_w$, mniejszy od przyrostu rzeczywistego h_w ($H_w < h_w$ - rys.6.2). Przy tym prędkość na wylocie z wieńca wirującego w_{2th} i energia kinetyczna czynnika byłaby odpowiednio większa niż w procesie rzeczywistym ($w_{2th} > w_2$):

$$\frac{w_{2th}^2}{2} = \frac{w_1^2 + u_2^2 - u_1^2}{2} - H_w \quad (6.3)$$

Straty w wieńcu wirującym można charakteryzować współczynnikiem η_w , określonym jako stosunek energii kinetycznej $\frac{w_2^2}{2}$ w procesie rzeczywistym do energii kinetycznej $\frac{w_{2th}^2}{2}$ w procesie izentropowym, przy takim samym przyroście ciśnienia statycznego, stąd:

$$\frac{w_2^2}{2} = \eta_w \frac{w_{2th}^2}{2} = \eta_w \left[\frac{w_1^2 + u_2^2 - u_1^2}{2} - H_w \right] \quad (6.4)$$

W wieńcu kierowniczym, umieszczonym tu - odmiennie jak w stopniu turbinowym - za wieńcem wirującym, prędkość absolutna c_2 , wynikająca z trójkąta prędkości (rys.6.3), zmniejsza się do wartości c_3 , stanowiącej prędkość wylotową ze stopnia. Towarzyszy temu dalszy przyrost ciśnienia statycznego od p_2 za wieńcem wirującym do ciśnienia p_3 za stopniem. Bilans energii stanowi tu:



Rys.6.3. Trójkąty prędkości stopnia sprężarkowego

$$\frac{c_3^2}{2} = \frac{c_2^2}{2} - h_d, \quad (6.5)$$

gdzie oznaczono $\Delta i_d = i_3 - i_2 = h_d$ (rys.6.2).

Wprowadzając współczynnik η_d , określony analogicznie jak współczynnik η_w dla sprężania w wieniec wirującym, otrzymujemy:

$$\frac{c_3^2}{2} = \eta_d \frac{c_{3th}^2}{2} = \eta_d \left[\frac{c_2^2}{2} - H_d \right], \quad (6.6)$$

gdzie izentropowy przyrost entalpii H_d określony jest na rys.6.2.

Podobnie jak w przypadku stopnia turbinowego, wprowadzić tu można pojęcie reakcyjności stopnia sprężarkowego, określonej jako:

$$\varrho = \frac{H_w}{H_d + H_w} \approx \frac{H_w}{H}, \quad (6.7)$$

przy czym występujące tu izentropowe przyrosty entalpii zaznaczone są na rys.6.2.

Pracę L_u przekazaną czynnikowi roboczemu przez wieniec wirujący wyznaczamy z równania energii zapisanego dla przekrojów 1 i 3:

$$\left(i_3 + \frac{c_3^2}{2} \right) - \left(i_1 + \frac{c_1^2}{2} \right) = i_3^* - i_1^* = L_u \quad (6.8)$$

oraz:

$$L_u = \Delta i + \frac{c_3^2 - c_1^2}{2}, \quad (6.8a)$$

gdzie przyrost entalpii $\Delta i = h_w + h_d$ zaznaczono na rys.6.2.

Podstawiając do związku (6.8) zależności (6.2) oraz (6.5) otrzymuje się, podobnie jak w przypadku stopnia turbinowego, związek:

$$L_u = \frac{1}{2} (c_2^2 - c_1^2 + w_1^2 - w_2^2 + u_2^2 - u_1^2) \quad (6.9)$$

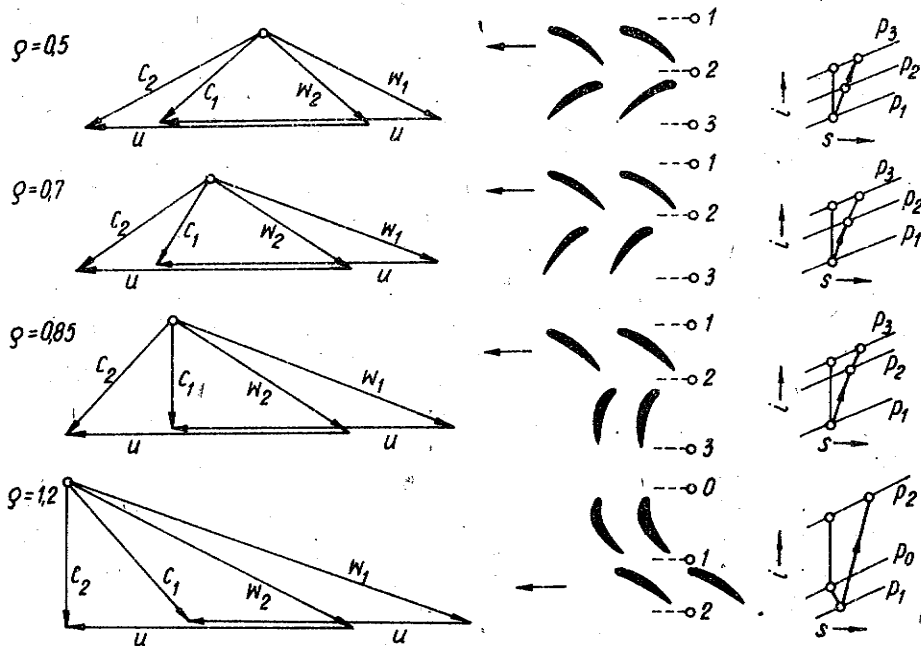
oraz dalej, po wykorzystaniu zależności geometrycznych wynikających z trójkątów prędkości, równanie Eulera:

$$L_u = u_2 c_{2u} - u_1 c_{1u} \quad (6.10)$$

Równania ciągłości dla przekrojów kontrolnych 1,2,3 sformułować można w analogiczny sposób jak zal. (5.29) dla stopnia turbinowego.

Obliczenia stopni sprężarkowych oparte na teorii jednowymiarowej, podobnie jak obliczenia stopni turbinowych, wymagają wykorzystania odpowiednich danych doświadczalnych dla określenia kątów β_2 oraz α_2 , tj. odchylenia strumienia w wieńcach, współczynników η_w oraz η_d , tj. strat w wieńcach i współczynników k w równaniach ciągłości.

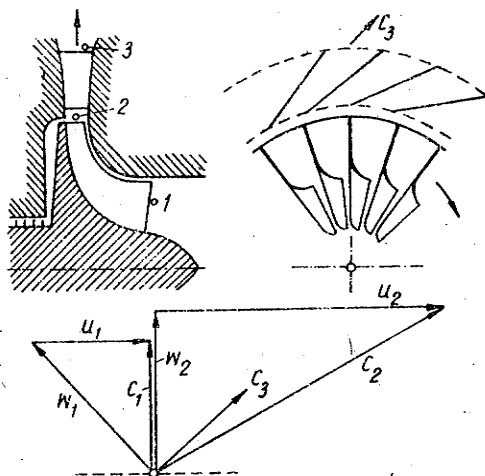
Wskazać tu jeszcze należy, że wprowadzone wyżej współczynniki η_w oraz η_d nie są jedynym racjonalnym sposobem charakteryzowania



Rys.6.4. Zarysy profili łopatek, trójkąty prędkości i schematy procesu sprężania w osiowym stopniu sprężarkowym przy różnych reakcyjnościach

strat w wieńcach stopni sprężarkowych (czy dyfuzorach) i określenia ich sprawności. W związku z tym, w różnych pracach z tej dziedziny spotkać można inne jeszcze sposoby określania tych sprawności. Sprawności te są jednoznacznie związane ze współczynnikami η_w oraz η_d , możliwe są więc odpowiednie przeliczenia [12]. Podstawową zaletą przyjętego sposobu charakteryzowania strat przez współczynniki η_w oraz η_d jest możliwość sformułowania jednolitej teorii stopni sprężarkowych i turbinowych [12], co ma istotne znaczenie poznawcze.

Na rys.6.4 pokazano zarysy profili łopatek, trójkąty prędkości oraz schematy procesu sprężania w osiowym stopniu sprężarkowym w funkcji reakcyjności, a na rys.6.5 - schemat i trójkąty prędkości promieniowego stopnia sprężarkowego o promieniowych łopatkach wirnika.



Rys.6.5. Schemat i trójkąty prędkości promieniowego stopnia sprężarkowego o promieniowych łopatkach

7. OMÓWIENIE ZAKRESU STOSOWALNOŚCI JEDNOWYMIAROWEJ TEORII STOPNIA MASZYNY WIRNIKOWEJ

W rozdz.3.2.2. wyprowadzone zostały zależności dla ustalonego przepływu w kanale, które następnie wykorzystaliśmy do sformułowania jednowymiarowej teorii stopnia turbinowego (rozd.4) oraz sprężarkowego (rozd.6). W związku z tym, złożone pola prędkości i parametrów stanu czynnika roboczego, występujące w wyróżnionych przekrojach kontrolnych stopni, zastępowane były wielkościami uśrednionymi (integralnymi). Równania jednowymiarowej teorii stopnia są więc, ściśle biorąc, zależnościami między takimi wielkościami integralnymi. Należy teraz sprawdzić, jak dokładnie ustaliliśmy te zależności.

Rozpatrmy powierzchnię kontrolną Ω , dla której w jednowymiarowej teorii stopnia za reprezentatywne uważaliśmy integralne wartości prędkości i parametrów. Niech na elemencie $d\Omega$ tej powierzchni lokalnie występuje normalna składowa prędkości c_n oraz parametry czynnika ρ , p , i itd. Masowe natężenie przepływu przez powierzchnię Ω równe jest:

$$G = \int_{\Omega} \rho c_n d\Omega. \quad (7.1)$$

Uśrednione ciśnienie \bar{p} oraz uśrednioną entalpię \bar{i} określaliśmy jako:

$$\bar{p} = \frac{1}{\Omega} \int_{\Omega} p d\Omega, \quad (7.2)$$

$$\bar{i} = \frac{\int_{\Omega} \rho c_n i d\Omega}{G}; \quad (7.3)$$

przy czym rzeczywisty strumień entalpii przez powierzchnię Ω równy jest $\bar{i} G$.

Uśrednioną gęstość $\bar{\rho}$ określaliśmy teraz z równania stanu:

$$\bar{\rho} = \rho(\bar{p}, \bar{i}), \quad (7.4)$$

podobnie jak pozostałe parametry czynnika roboczego, np.

$$\bar{s} = s(\bar{p}, \bar{i}). \quad (7.5)$$

Powyższy sposób uśredniania parametrów wydaje się być dobrze uzasadniony logicznie i zgodny z "duchem" teorii jednowymiarowej, jakkolwiek niektórzy autorzy opierają się tu na innych ustaleniach. Istotniejsze problemy sprawia natomiast uśrednianie prędkości. Dokładne uśrednienie prędkości jest szczególnie ważne przy analizie wyników badań doświadczalnych i określania na ich podstawie empirycznych współczynników.

Z równania ciągłości wyznaczyć można uśrednioną składową normalną prędkości:

$$\tilde{c}_n = \frac{G}{\bar{\rho} \Omega}. \quad (7.6)$$

Możliwe są jednak jeszcze inne sposoby uśredniania. Niech c_u oznacza składową obwodową lokalnej prędkości c na elemencie powierzchni $d\Omega$ a c_p - "składową poprzeczną", prostopadłą do c_n oraz c_u , a więc styczną do elementu $d\Omega$. Wykorzystując pojęcie ilości ruchu (pędu) można wprowadzić następujące uśrednione składowe prędkości:

$$c_{ui} = \frac{\int_{\Omega} \rho c_n c_u d\Omega}{G}; \quad c_{ni} = \frac{\int_{\Omega} \rho c_n^2 d\Omega}{G}; \quad c_{pi} = \frac{\int_{\Omega} \rho c_n c_p d\Omega}{G}, \quad (7.7)$$

gdzie indeks i oznacza uśrednianie wg ilości ruchu.

Podobnie racjonalne jest też uśrednianie energetyczne, zastosowane w rozdz. 3.2.2, które prowadzi do jeszcze innych wartości integralnych:

$$c_{ue}^2 = \frac{\int_{\Omega} \rho c_n c_u^2 d\Omega}{G}; \quad c_{ne}^2 = \frac{\int_{\Omega} \rho c_n^3 d\Omega}{G}; \quad c_{pe}^2 = \frac{\int_{\Omega} \rho c_n c_p^2 d\Omega}{G}; \quad (7.8)$$

gdzie indeks e - oznacza uśrednianie energetyczne.

Dla trzech rodzajów wprowadzonych wyżej uśrednionych prędkości obowiązują nierówności:

$$c_{ne} > c_{ni} > \tilde{c}_n; \quad c_{ue} > c_{ui}; \quad c_{pe} > c_{pi}, \quad (7.9)$$

przy czym różnice między tymi prędkościami średnimi zależą od stopnia niejednorodności pól prędkości i gęstości czynnika w rozpatrywanych powierzchniach kontrolnych.

Powstaje teraz uzasadnione pytanie, jak należy rozumieć uśrednione prędkości, stosowane w jednowymiarowej teorii stopnia.

Zacznijmy od prędkości uśrednianych energetycznie, gdyż teoria jednowymiarowa oparta jest głównie na bilansach energii. Rozpatrzmy zagadnienie trójkątów prędkości, a w szczególności przeliczanie prędkości absolutnych na względne i odwrotnie. Lokalne składowe normalne i poprzeczne prędkości absolutnych i względnych są sobie równe ($c_n = w_n$ oraz $c_p = w_p$), przez co równe są sobie również odpowiednie wartości integralne, niezależnie od sposobu uśrednienia. Odmiennie jednak wygląda to zagadnienie w przypadku składowych obwodowych [12]. Lokalna (na $d\Omega$) składowa obwodowa prędkości względnej równa jest:

$$w_u = c_u - u, \quad (7.10)$$

gdzie:

u - oznacza lokalną prędkość obwodową na promieniu $r_{d\Omega}$ równą $u = r_{d\Omega}\omega$.

Wykorzystując energetyczny sposób uśredniania otrzymujemy:

$$w_{ue}^2 = \frac{\int_{\Omega} \rho c_n w_u^2 d\Omega}{G} = \frac{\int_{\Omega} \rho c_n (c_u - u)^2 d\Omega}{G} = \frac{\int_{\Omega} \rho c_n (c_u^2 - 2uc_u + u^2) d\Omega}{G} =$$

$$= c_{ue}^2 + u_e^2 - \frac{2}{G} \int_{\Omega} \rho c_n u c_u d\Omega, \quad (7.11)$$

gdzie:

u_e - oznacza uśrednioną energetycznie prędkość obwodową.

Zbadajmy teraz kwadrat wyrażenia $w_{ue} = c_{ue} - u_e$, które można by wykorzystać przy budowie trójkąta prędkości:

$$\begin{aligned} w_{ue}^2 &= (c_{ue} - u_e)^2 = c_{ue}^2 + u_e^2 - 2 u_e c_{ue} = \\ &= c_{ue}^2 + u_e^2 - \frac{2}{G} \sqrt{\int \rho c_n u^2 d\Omega} \sqrt{\int \rho c_n c_{ue}^2 d\Omega}. \end{aligned} \quad (7.12)$$

Porównanie związków (7.11) i (7.12) wskazuje, że człony ze znakiem ujemnym mają tam zupełnie inną budowę. Wynika stąd ważny wniosek:

$$w_{ue} \neq c_{ue} - u_e, \quad (7.13)$$

co oznacza, że dla prędkości uśrednionych energetycznie nie są słuszne, zwykle prawa dodawania wektorów. Dlatego też nie można budować trójkątów prędkości przy wykorzystaniu tych prędkości.

Przeprowadźmy takie same rozważania dla prędkości uśrednionych wg ilości ruchu (pędu) [12], wtedy:

$$w_{ui} = \frac{\int_{\Omega} \rho c_n w_u d\Omega}{G} = \frac{\int_{\Omega} \rho c_n (c_u - u) d\Omega}{G} = \frac{\int_{\Omega} \rho c_n c_u d\Omega}{G} - \frac{\int_{\Omega} \rho c_n u d\Omega}{G} = c_{ui} - u_i. \quad (7.14)$$

A więc trójkąty prędkości można budować z prędkości uśrednionych wg ilości ruchu. W tym przypadku bardziej właściwa byłaby nazwa trójkąty impulsów, gdyż poszczególne wektory oznaczają tu integralną wartość pędu, odniesioną do jednostki masy, a więc mającą wymiar prędkości. Podkreślić tu jeszcze należy, że uśredniona wg ilości ruchu prędkość obwodowa u_i , której należy używać w trójkątach prędkości, określona jest związkiem:

$$u_i = \frac{\int_{\Omega} \rho c_n u d\Omega}{G} \quad (7.15)$$

i ogólnie nie jest równa prędkości $u_{sr} = \frac{D_{sr}}{2} \omega$, stosowanej w jednowymiarowej teorii stopnia.

Na przykładzie stopnia turbinowego sprawdzimy jeszcze równanie momentów Eulera [12].

$$N_u = M_u \omega = (K_{u1} - K_{u2}) \omega, \quad (7.16)$$

przy czym:

$$K_u = \int_{\Omega} \rho c_n r c_u d\Omega. \quad (7.16a)$$

Określmy uśredniony z równania krętu promień r_k , spełniający relację:

$$K_u = r_k c_{ui} G, \quad (7.17)$$

skąd:

$$r_k = \frac{\int_{\Omega} \rho c_n r c_u d\Omega}{G c_{ui}}. \quad (7.17a)$$

Pracę obwodową L_u wyznaczoną z równania (7.16) można teraz przedstawić w postaci:

$$L_u = \frac{N u}{G} = (r_{k1} c_{ui1} - r_{k2} c_{ui2}) \omega = u_{k1} c_{ui1} - u_{k2} c_{ui2}. \quad (7.18)$$

Równanie Eulera słuszne jest więc przy wykorzystaniu prędkości uśrednionych wg ilości ruchu. Powinno jednak dodatkowo zawierać szczególną wartość uśrednionej prędkości obwodowej $u_k = r_k u$ wg związku (7.18), różną od prędkości u_i (zal.7.15), stosowanej w trójkątach prędkości. Wskazane różnice różnych wartości uśrednionych komplikują jednowymiarową teorię stopnia.

Sprawdźmy jeszcze, jak duże mogą być różnice między prędkościami uśrednionymi u_i , u_k oraz u_{sr} . Zbliżone do skrajnych wartości tych różnic, zaczerpnięte z pracy [12], zestawiono w tabelicy 7.1.

Tabela 7.1

Różnice między prędkościami obwodowymi uśrednionymi w różny sposób

$\theta = \frac{1}{D_{\text{sr}}}$	$\psi = \frac{D_{\text{ze}}}{D_{\text{we}}}$	$\frac{u_k - u_{\text{sr}}}{u_{\text{sr}}}$	$\frac{u_i - u_{\text{sr}}}{u_{\text{sr}}}$	$\frac{u_i - u_k}{u_{\text{sr}}}$
0	1	0	0	0
0,1	1,222	$\pm 0,0025$	$0 \div 0,004$	$0,0015 \div 0,0025$
0,15	1,352	$\pm 0,007$	$0 \div 0,013$	$0,006 \div 0,007$
0,20	1,5	$\pm 0,014$	$0 \div 0,027$	$0,013 \div 0,014$
0,25	1,667	$\pm 0,022$	$0 \div 0,042$	$0,02 \div 0,022$
0,333	2,0	$\pm 0,038$	$0 \div 0,072$	$0,034 \div 0,038$

$D_{\text{ze}} = D_{\text{sr}} + 1$ - zewnętrzna średnica stopnia;
 $D_{\text{we}} = D_{\text{sr}} - 1$ - wewnętrzna średnica stopnia.

Jak wynika z tablicy 7.1, przy stosunku $\theta \leq 0,15$ pominięcie różnic między prędkościami uśrednionymi w różny sposób nie powoduje istotniejszych błędów. Przy większych wartościach θ mogą tu jednak wystąpić znaczące różnice.

Podsumowanie

Równania jednowymiarowej teorii stopnia należy rozumieć jako zależności pomiędzy uśrednionymi, integralnymi wielkościami. Zasadniczo - dla każdego typu równania wymagany jest inny sposób uśrednienia prędkości. Wynika stąd potrzeba znajomości współczynników k dla wzajemnego przeliczania prędkości uśrednionych w różny sposób. W takim ujęciu, jednowymiarowa teoria stopnia, pomimo oczywistego, trójwymiarowego charakteru przepływu w stopniu, jest teorią praktycznie ścisłą, a nie "grubym" przybliżeniem. Z założenia wyeliminowano tu szczegółowe badania przepływu i zastąpiono je badaniem zmian wielkości uśrednionych. Ponieważ zwykle nie znane są współczynniki k , to przyjmuje się $k = 1$, tzn. zakłada $u_e = u_i = u_k$; $r_k = r_i = r_e = r_{sr}$ itd. (w starszych podręcznikach jest to założenie milczące).

Przy tych założeniach teoria jednowymiarowa staje się przybliżoną. Jednakże przy wartościach stosunku θ do ok. 0,15, przybliżenie to jest tak dobre, że nadal teorię tę można w praktyce uważać za ścisłą. Przy większych wartościach stosunku θ , błędy wynikające z niewłaściwego uśredniania ($k=1$) stają się niedopuszczalnie duże i teoria jednowymiarowa jest tu niepoprawna. Jednak i w takim przypadku jest skutecznie stosowana po uprzednim, właściwym podziale przepływu na szereg pierścieni o małych już stosunkach θ .

8. WSKAŹNIKI CHARAKTERYZUJĄCE KONSTRUKCJĘ I PRACĘ STOPNI MASZYN WIRNIKOWYCH

Procesy przekazywania energii w stopniu maszyny wirnikowej oraz jego konstrukcję scharakteryzować można za pośrednictwem odpowiednio określonych bezwymiarowych wskaźników. Wskaźniki takie powinny spełniać zasadniczo dwa zadania:

- określenie osiąarów (scharakteryzowanie) stopnia w obliczeniowych (znamionowych) warunkach pracy, zależnie od jego głównych wymiarów, kątów i stosunków prędkości w trójkątach prędkości itp.;
- określenie zmian tych osiąarów, tj. charakterystyk stopnia (o konkretnej konstrukcji) w zmienionych warunkach pracy, różnych od warunków obliczeniowych.

Poszukuje się również wskaźników ogólniejszych, spełniających oba te zadania równocześnie. Próbuje się tu też porównywać stopnie różnych maszyn wirnikowych (turbin ciepłych, sprężarek, pomp, turbin wodnych). W związku z tym zaproponowano już wiele różnych wskaźni-

ków. W ich określeniu i oznaczeniach nie ma dotychczas jednolitych i ustalonych zasad. Nie osiągnięte też zostały, jak się wydaje, wskazane wyżej ogólniejsze cele. Dlatego też niżej wskazanych zostanie tylko 5 najczęściej i najszerszej spotykanych wskaźników.

Wskaźnik przelotności (nazywany też wskaźnikiem wydajności lub natężenia przepływu) określane najczęściej jako:

$$\varphi = \frac{\dot{V}_2}{u_2 \Omega_2}, \quad (8.1)$$

gdzie:

\dot{V}_2 - oznacza objętościowe natężenie przepływu w przekroju wylotowym stopnia,

Ω_2 - powierzchnię,

u_2 - prędkość obwodową w tym przekroju.

Wskaźnik przelotności równy jest więc stosunkowi średniej normalnej (do Ω_2) prędkości przepływu do prędkości obwodowej.

Wskaźnik izentropowego przyrostu entalpii (nazywany też wskaźnikiem ciśnienia, całkowitego przyrostu entalpii, spiętrzenia całkowitego) określane najczęściej jako:

$$\psi = \frac{H}{\frac{1}{2} u_2^2}, \quad (8.2)$$

gdzie:

H - oznacza izentropowy przyrost (spadek) entalpii.

Wskaźnik napędu (nazywany też wskaźnikiem mocy):

$$\lambda = \frac{h_u}{\frac{1}{2} u_2^2}, \quad (8.3)$$

gdzie:

h_u - oznacza obwodowy przyrost (spadek) entalpii.

Należy zwrócić uwagę, że wskaźniki przelotności i przyrostu entalpii oznaczane są identycznie jak współczynniki prędkości odpowiednio wieńca kierowniczego i wirującego stopnia turbinowego. Wskaźniki φ , ψ , λ stosowane są z powodzeniem odnośnie stopni sprężarkowych. Dla stopni turbinowych używane są zwykle dwa inne wskaźniki.

Współczynnik przepływu (wskaźnik kontrakcji):

$$\mu = \frac{\dot{V}_2}{c_\phi \Omega_2}, \quad (8.4)$$

gdzie:

$$c_{\phi} = \sqrt{2 H} \quad (\text{zal.5.3})$$

Wskaźnik prędkości

$$x = \frac{u^2}{c_{\phi}^2}, \quad (8.5)$$

zgodnie z zal. (5.7).

Łatwo sprawdzić, że wskaźniki te są jednoznacznie związane ze wskaźnikami φ oraz ψ :

$$x = \frac{1}{\sqrt{\psi}} \quad \text{oraz} \quad u = \sqrt{\frac{\varphi}{\psi}}. \quad (8.6)$$

Zastosowanie dwóch ostatnich wskaźników jest szczególnie uzasadnione w analizach pracy turbin w zmienionych warunkach, gdyż przy tym współczynnik μ zmienia się nieznacznie a sprawności w funkcji wskaźnika x mają przebieg zbliżony do parabolicznego i mogą być stosunkowo dokładnie ocenione nawet przy braku danych doświadczalnych.

W tablicach 8.1 oraz 8.2 (wg [12]) zestawiono typowe zakresy wartości wskazanych wskaźników charakterystycznych, odpowiednio stopni turbinowych oraz sprężarkowych.

Tablica 8.1

Typowe wartości
wskaźników charakterystycznych stopni turbinowych

Rodzaj stopnia	ρ	μ	x	φ	ψ	λ
Rateau-Zoelly	0,05÷0,25	0,18÷0,6	0,4 ÷0,5	0,4÷1,2	4÷6	3,4÷5,5
Parsonsa	0,5	0,2 ÷0,75	0,58÷0,7	0,3÷1,2	2÷3	1,7÷2,8
Dwuwieńcowy Curtisa	0,05÷0,15	0,1 ÷0,22	0,2 ÷0,25	0,4÷0,9	16÷24	13 ÷ 20
Ljungströma	1	0,35÷1,0	0,58÷0,7	0,5÷1,5	2÷3	1,7÷2,8
Stopień promieniowy dośrodkowy	0,4 ÷0,5	0,24÷0,43	0,29÷0,35	0,85÷1,5	8÷12	7 ÷ 11

Tablica 8.2

Typowe wartości
wskazników charakterystycznych stopni sprężarkowych

Rodzaj stopnia	ϱ	φ	ψ	$\frac{c_{2u}}{u_2}$
Osiowy	0,5	0,3 ÷ 1,0	0,4 ÷ 0,7	0,6 ÷ 0,7
	0,75 ÷ 0,9	0,4 ÷ 1,0	0,5 ÷ 1,0	0,25 ÷ 0,5
	1,15 ÷ 1,25	0,4 ÷ 1,0	0,6 ÷ 1,1	0
Promieniowy z wirnikiem odkrytym	0,5 ÷ 0,65	0,25 ÷ 0,5	1,4 ÷ 1,6	~ 0,9
Promieniowy z wirnikiem zakrytym	0,65 ÷ 0,75	0,2 ÷ 0,35	1,0 ÷ 1,25	0,6 ÷ 0,8

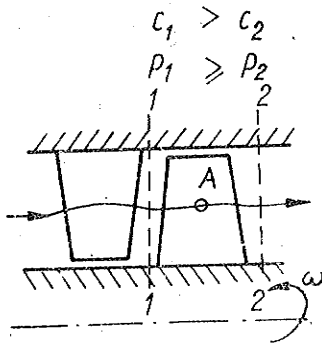
9. UWAGI O ZASADZIE DZIAŁANIA MASZYN WIRNIKOWYCH

Istota działania maszyny wirnikowej sprowadza się, jak stwierdziliśmy w rozdz. 1, do przekazywania energii między czynnikiem roboczym a organem roboczym maszyny, w wyniku czego energia czynnika (całkowita i właściwa) ulega zmianie - wzrasta np. w sprężarce lub maleje np. w turbinie.

Przedstawiona jednowymiarowa teoria nie daje jeszcze pełnego wyjaśnienia mechanizmu przekazywania energii. Ilustruje to następujący przykład [12].

Rozpatrzmy osiowy stopień turbinowy w ustalonych warunkach pracy. Załóżmy, że nie występują straty w przepływie (co jest dopuszczalne przy rozpatrywaniu zasady działania) oraz pomińmy, jak dotychczas, wpływ pola grawitacji ziemskiej na przepływ i wymianę ciepła z otoczeniem, co jest - jak wiemy - zwykle bardzo bliskie rzeczywistości. Nieruchomy obserwator przepływu przez wieniec wirujący stwierdzi tu, że jest to przepływ przy malejącej prędkości (tj. z opóźnieniem), gdyż prędkość c_1 jest większa od prędkości c_2 , a ponadto - przepływ bez strat (czynnik nielepki), bez wymiany ciepła, zachodzący w przestrzeni, w której nie występują pola sił masowych. Przy ta-

kim przepływie należałoby oczekiwać wzrostu ciśnienia statycznego. Jednakże w stopniu turbinowym zachodzi relacja $p_2 \leq p_1$ (rys.9.1).



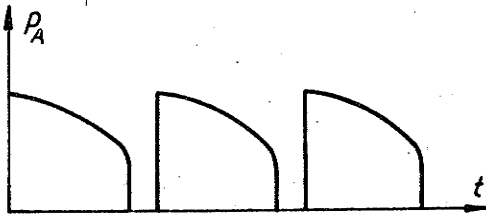
Rys.9.1. Schemat stopnia turbinowego

Teoria jednowymiarowa nie wyjaśnia tej pozornej sprzeczności, niejako omijając to zagadnienie przez rozpatrywanie w obszarze wirnika przepływu względnego. Relacje ciśnień i prędkości w przepływie względnym nie budzą już bowiem tych wątpliwości, gdyż:

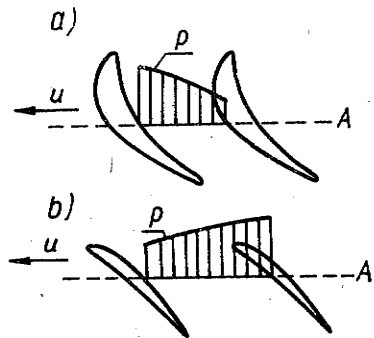
$$w_2 \geq w_1 \quad \text{oraz} \quad p_2 \leq p_1$$

Ruchu (przepływu) absolutnego bezpośrednio w ogóle nie rozpatruje się, wyznaczając tylko efekt końcowy na drodze kinematycznego przeliczenia (przez trójkąt prędkości) z ruchu względnego. Podejście takie jest celowe, jednak niejako "ukrywa" ono wskazane zagadnienie.

Wyjaśnienie uzyskuje się tu stwierdzając, że przepływ absolutny przez wieńiec wirujący jest niestacjonarny, mimo że warunki w przekrojach kontrolnych 1 i 2 (rys.9.1) są ustalone. Istotnie, w dowolnie wybranym nieruchomym punkcie A w przestrzeni przepływu w obrębie wieńca wirującego (rys.9.1) ciśnienie (oraz inne parametry czynnika) zmienia się w czasie - jak na rys.9.2.



Rys.9.2. Przebieg zmian ciśnienia w czasie w punkcie A, zaznaczonym na rys.9.1



Rys.9.3. Rozkład ciśnienia w kanale międzyłopatkowym wieńca wirującego: a) turbiny, b) sprężarki

Wynika to z istnienia poprzecznego gradientu ciśnienia w kanale międzyłopatkowym, który jakby "przesuwa" się przez punkt A z prędkością u (rys.9.3). Stwierdzamy więc, że w przypadku turbiny $\frac{\partial p}{\partial t} < 0$ a w przypadku sprężarki $\frac{\partial p}{\partial t} > 0$ (rys.9.3). Równanie (3.21), zapisane dla trajektorii elementu płynu pomiędzy przekrojami kontrolnymi 1 oraz 2 (rys.9.1), przy przyjętych założeniach, ma postać:

$$D \left(i + \frac{c^2}{2} \right) = \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial t} dt . \quad (9.1)$$

Wobec wskazanych wyżej znaków pochodnej lokalnej ciśnienia wynika stąd, że entalpia całkowita czynnika roboczego maleje przy przepływie przez wirnik turbiny ($D \left[i + \frac{c^2}{2} \right] < 0$) oraz wzrasta w przypadku sprężarki ($D \left[i + \frac{c^2}{2} \right] > 0$). Wyjaśnia to postawione na wstępie zagadnienie. Gdyby przepływ w obszarze wirnika był ustalony, wtedy z zależności (9.1) otrzymalibyśmy $D \left(i + \frac{c^2}{2} \right) = 0$ oraz $i + \frac{c^2}{2} = \text{const}$, a więc nie występowałoby przekazywanie energii. Stwierdzamy więc, że niestacjonarność przepływu jest niezbędna dla przekazywania energii w maszynie wirnikowej.

10. STRATY W MASZYNACH WIRNIKOWYCH

10.1. Ogólny przegląd strat

Straty w maszynach wirnikowych można klasyfikować i dokonywać ich przeglądu w różnorodny sposób. Ogólnie straty dzieli się na zewnętrzne i wewnętrzne.

Straty wewnętrzne obejmują wszystkie straty bezpośrednio zmieniające entalpię i entropię czynnika roboczego w maszynie. Można je bezpośrednio przedstawiać na wykresach entropowych stanu czynnika.

Straty zewnętrzne obejmują straty do otoczenia, nie wpływające bezpośrednio na stan czynnika w maszynie. Zaliczone są tu wszelkie straty, mechaniczne, jak: tarcie w łożyskach, napęd urządzeń pomocniczych, straty w przekładniach itd., straty przecieków czynnika roboczego na zewnątrz maszyny przez uszczelnienia zewnętrzne itp. Bardzo małe zwykle straty związane z odprowadzeniem ciepła do otoczenia traktuje się zwyczajowo również jako zewnętrzne. Przy zastosowaniu chłodzenia w maszynie, straty te wlicza się już do strat wewnętrznych.

Główne znaczenie w maszynach wirnikowych mają straty wewnętrzne i tylko one będą dalej rozpatrywane. Biorąc pod uwagę fizyczny mechanizm powstawania strat, wyróżnić należy:

1. Straty tarcia w warstwie przyściennej (przeważnie turbulentej) na powierzchniach łopatek, wirników, kadłubów, przelotni itd.; w warstwie przyściennej zachodzi bezpośrednia dysypacja energii mechanicznej w "ciepło", a ponadto powstające przy tym niejednorodne profile

prędkości są przyczyną dodatkowej dysypacji energii, zgodnie z mechanizmami 3, 4 oraz 5.

2. Straty oderwania warstwy przyściennej; oderwania warstwy przyściennej powodują zasadniczą zmianę rozkładu ciśnień na powierzchni łopatek, w stosunku do rozkładów obliczeniowych; powoduje to znaczny wzrost oporów przepływu i zróżnicowanie profili prędkości, a w konsekwencji związane z tym straty.

4 3. Straty mieszania; nierównomierne rozkłady prędkości w przepływie, powstałe w jakikolwiek sposób, mają tendencję do wyrównywania się wobec fluktuacji turbulentnych i lepkości; towarzyszą temu oczywiste straty energii.

2 4. Straty przepływów wtórnych (indukowanych); w wyniku zróżnicowanych pól ciśnień i obecności warstwy przyściennej w kanałach międzyłopatkowych indukowane są różne przepływy poprzeczne w stosunku do kierunku przepływu głównego; energia tych przepływów ulega praktycznie pełnej dysypacji; jeszcze poważniejszy jest wpływ przepływów wtórnych na wzrost innych rodzajów strat - np. oderwania.

5. Straty zawirowań; czynnik o małej energii często ulega zawirowaniu, które dalej zniekształca przepływ główny, powodując różne straty.

3 6. Straty w falach uderzeniowych; w falach uderzeniowych następuje znana, bezpośrednia dysypacja energii (przyrost entropii); znacznie poważniejsze straty powstają w wyniku oddziaływania fal uderzeniowych na warstwę przyścienną.

7. Straty przepływów ubocznych, powstających wobec niepełnej szczelności maszyny, w wyniku części czynnika roboczego przepływa jakby obok wieńców łopatkowych; oprócz strat bezpośrednich, przepływy uboczne powodują dodatkowe straty w przepływie głównym, zniekształcając jego strukturę.

8. Straty w przepływie czynnika dwufazowego (omówione w rozdz. 10.3).

Wymienione typy strat są wzajemnie powiązane i przeważnie nie jest celowe indywidualne ich rozpatrywanie. Ze względów praktycznych wprowadza się więc inny podział strat, oparty na miejscu ich powstawania (lokalizacji), stosowany w turbinach lub podział mieszany - w sprężarkach. Przykładowo, dzieląc straty wg ich lokalizacji, wyróżnia się straty w stopniach (z odpowiednim podziałem bardziej szczegółowym na elementy stopnia), straty w przelotniach i przewalach łączących stopnie, straty w kolektorach wlotowych i wylotowych maszyny, straty w organach regulacji (rozzrządu) czynnika roboczego, straty w uszczelnieniach (dławnicach) itp.

Podkreślić należy, że teoria nie daje obecnie jeszcze wystarczających podstaw do obliczenia strat wewnętrznych w maszynach wirnikowych i określone są one na podstawie półempirycznych lub nawet całkowicie empirycznych zależności, uzyskiwanych w wyniku badań doświadczalnych (rozd. 12). Jako przykład przedstawiono dalej przegląd strat wewnętrznych (wg ich lokalizacji) w osiowym stopniu turbinowym.

Straty w stopniu turbinowym dzieli się na straty w głównym przepływie, wynikające z zasady działania stopnia i właściwości czynnika

roboczego (głównie lepkość) oraz na straty w przepływach ubocznych, powstających w stopniu w wyniku niedoskonałości jego konstrukcji, głównie niepełnej szczelności. Straty w głównym przepływie obejmują z kolei straty w wieńcach kierowniczym i wirującym oraz stratę wylotową. Pozostałe straty nazywane są dodatkowymi.

10.2. Straty w głównym przepływie w stopniu

10.2.1. Prosta palisada profili

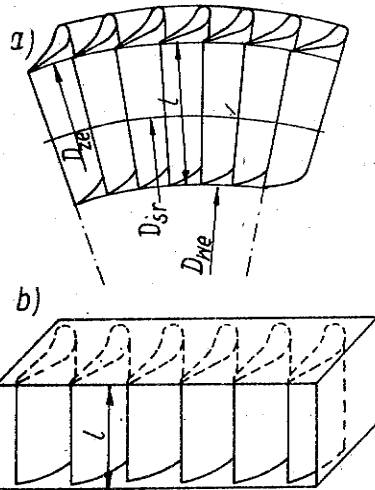
Wprowadzone w jednowymiarowej teorii stopnia (rozdz.4) współczynniki sprawności wieńców łopatkowych (η_d i η_w) oraz średnie kąty wypływu z wieńców (α_1 i β_2) traktowane są tam jako dane i z założenia powinny być określone na podstawie innych informacji.

Najprostszym i szeroko stosowanym modelem osiowego wieńca łopatkowego jest prosta palisada profili (rys.10.1b), zestawiona z równoległych, cylindrycznych łopatek, o niezmiennym profilu wzdłuż wysokości. Może być ona traktowana jako rozwinięcie powierzchni cylindrycznego przekroju rzeczywistego wieńca łopatkowego (rys.10.1a) na wybranym promieniu (zwykle średnim).

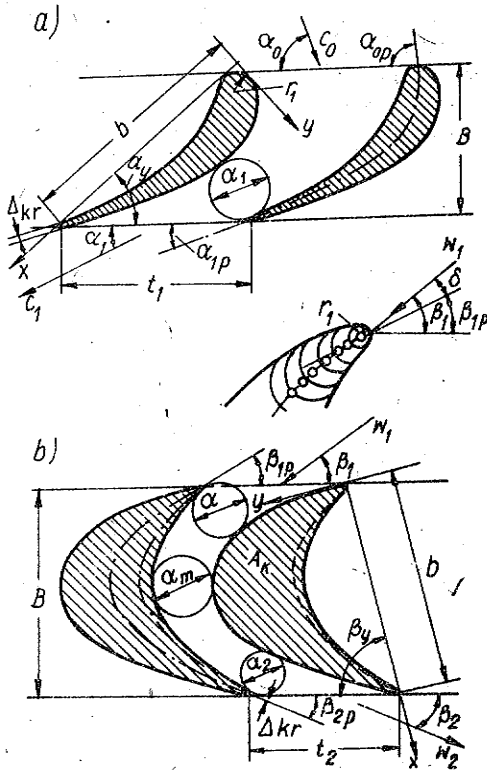
Geometrię palisady (oraz geometrię wieńca łopatkowego na określonym promieniu, reprezentowanego przez tę palisadę) określa (rys.10.2) kształt użytego profilu (wymiarowany zwykle we współrzędnych prostokątnych x-y związanych z cięciwą profilu - rys 10.2 - i oddzielnie podana grubość krawędzi spływu Δ_{kr}) oraz sposób ustawienia profilu w palisadzie - tj. cięciwa profilu b , szerokości palisady B , kąt zaklinowania α_y (β_y) oraz podziałka t i wysokość palisady l . Charakterystyczne wymiary palisady podaje się zwykle jako względne, tj. odniesione do cięciwy profilu:

$$t = \frac{\bar{t}}{b}; \quad l = \frac{\bar{l}}{b}; \quad \bar{\Delta} = \frac{\Delta_{kr}}{b}. \quad (10.1)$$

Styczne do szkieletowej profilu, tj. linii łączącej środki okręgów wpisanych w obrys profilu (rys.10.2) na krawędzi wlotowej (natarcia)



Rys.10.1. Segment pierścieniowej palisady łopatek - a) oraz pakiet płaskiej palisady profili - b)



Rys.10.2. Geometria palisady profili turbinowych: a) palisada konfuzorowa, b) palisada o prawie stałym przekroju kanału międzyłopatkowego

i wylotowej (splywu) określają geometryczne (profilowe) kąty α_{op} (β_{1p}) i α_{1p} (β_{2p}). Spostrzegamy, że przy pomocy tego samego profilu utworzyć można wiele różnych palisad (teoretycznie nieskończenie wiele) przez różne ustawienie w nich profilu.

Siły działające na łopatkę palisady przy przepływie czynnika roboczego wyznaczyć można stosując prawo zachowania pędu (rozdz.3.4) do odpowiednio wybranej powierzchni kontrolnej (rys.10.3). Siły te wynikają oczywiście z rozkładów ciśnienia i naprężeń stycznych na powierzchni łopatki. Powierzchnię kontrolną, obejmującą jeden profil o jednostkowej wysokości, dogodnie jest tu utworzyć z dwóch powierzchni prądu A_b , odległych od podziałki palisady t , przechodzących przez środki sąsiednich kanałów międzyłopatkowych oraz z płaszczyzn 1-1 oraz 2-2 równoległych do osi u palisady. Przy tym - ciśnienia i naprężenia styczne w odpowiadających sobie punktach powierzchni A_b są równe i przeciwnie skierowane, gdyż jest to w istocie

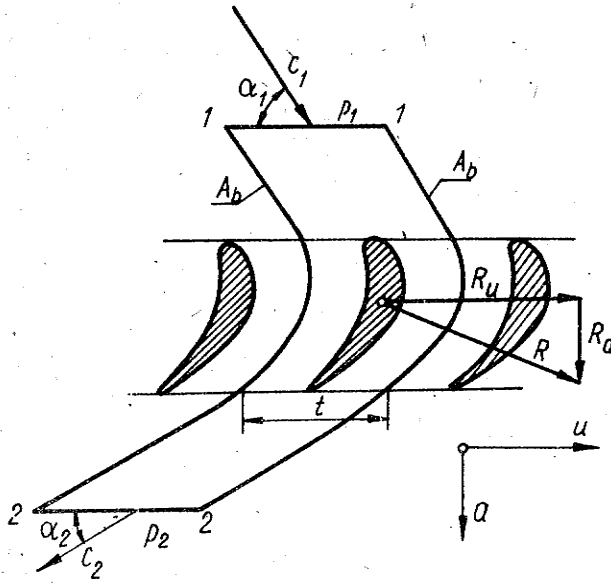
ta sama powierzchnia prądu rozpatrywana z dwóch różnych stron. Dla określenia siły R oddziaływania czynnika na łopatkę wystarczy więc tu rozpatrzyć powierzchnie 1-1 oraz 2-2. Dla przepływu ustalonego, bez oddziaływania sił masowych z zal. (3.62) przy uwzględnieniu (3.66) otrzymuje się składowe poszukiwanej siły:

$$R_u = G'(c_{1u} - c_{2u}) , \tag{10.2}$$

$$R_a = G'(c_{1a} - c_{2a}) + (p_1 - p_2) t ,$$

gdzie:

- c_1 oraz c_2 - oznaczają średnie prędkości w przekrojach 1 oraz 2;
- p_1 oraz p_2 - średnie ciśnienia w tychże przekrojach,



Rys.10.3. Siły działające na łopatkę w palisadzie profili turbinowych

- G' - oznacza masowe natężenie przepływu przez jeden kanał międzyłopatkowy;
- R'_u - składowa obwodowa - związana jest z przekazywaniem energii w stopniu maszyny wirnikowej;
- R'_a - składowa osiowa - jest jednym z elementów nacisku osiowego na wirnik maszyny.

Dla palisady profili można również zdefiniować, podobnie jak dla opływu pojedynczego płata, siłę wyporu (nośną) i siłę oporu oraz związane z tym współczynniki.

Charakterystyki palisad celowe jest przedstawiać przy pomocy takich współczynników, które wygodnie jest wykorzystywać w obliczeniach stopni maszyn wirnikowych. W przypadku stopni turbinowych są to: straty w palisadzie $\zeta = 1 - \eta$, przy czym sprawność określona jest zal. (4.4) i (4.20), średni kąt wypływu z palisady $\alpha_1(\beta_2)$ oraz współczynnik przepływu μ (zal.8.4). Istnieje też szereg innych sposobów charakteryzowania właściwości palisad.

Charakterystyki palisady zależą od jej geometrii oraz od warunków przepływu, określonych: kątem napływu na palisadę $\alpha_o(\beta_1)$ lub kątem natarcia (rys.10.2) $\delta = \beta_{1p} - \beta_1$ ($\alpha_{op} - \alpha_o$) oraz liczbami Macha i Reynoldsa odniesionymi do przekroju na wylocie:

$$Ma_1 = \frac{c_1}{a_1} \text{ lub } Ma_2 = \frac{w_2}{a_2}; \quad Re_1 = \frac{c_1 b_1}{\nu_1} \text{ lub } Re_2 = \frac{w_2 b_2}{\nu_2}. \quad (10.3)$$

Jako wymiar charakterystyczny przyjmuje się zwykle cięciwę profilu.

Średni kąt wypływu z palisad turbinowych w zakresie przepływów podźwiękowych jest bliski tzw. kątowi efektywnemu, określönemu zależnością:

$$\sin \alpha_{1ef} = \frac{a_1}{t_1} \quad \text{oraz} \quad \sin \beta_{2ef} = \frac{a_2}{t_2}, \quad (10.4)$$

gdzie:

a - oznacza średnicę okręgu wpisanego w największy przekrój kanału międzyłopatkowego na wylocie (rys.10.2).

Należy tu zwrócić uwagę, że średni kąt wypływu z palisady jest ogólnie różny od kąta geometrycznego α_{1p} (β_{2p}). Przy nadźwiękowym wypływie z palisady średni kąt wypływu odchyła się od kąta efektywnego, przy czym odchylenie to można określić teoretycznie.

Straty ζ_1 w płaskiej palisadzie o wysokości l zwyczajowo dzieli się na straty profilowe ζ_∞ i straty końcowe ζ_k :

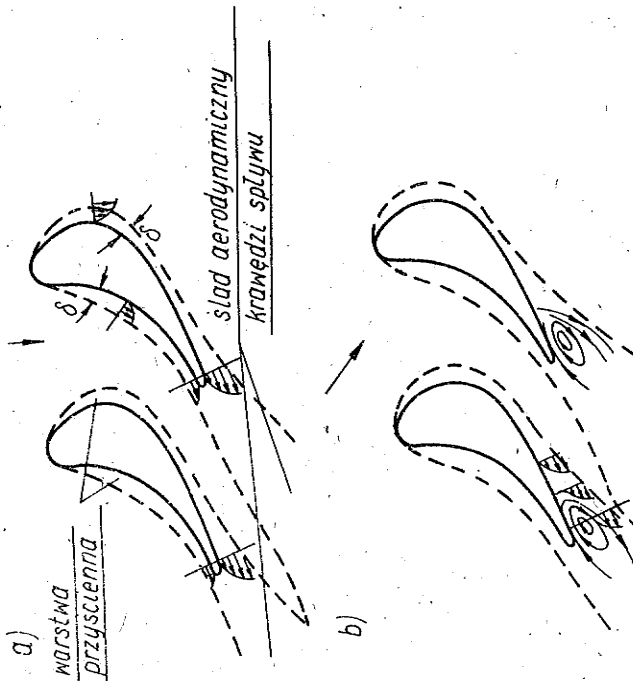
$$\zeta_1 = \zeta_\infty + \zeta_k. \quad (10.5)$$

Straty profilowe są to straty w płaskiej palisadzie profili o nieskończeniu wielkiej wysokości, tj. palisady o ściśle dwuwymiarowym przepływie (zmiany parametrów czynnika tylko w kierunkach a oraz u na rys.10.3, natomiast brak takich zmian w kierunku l na rys.10.1b). Obejmują one związane z opływem profilu straty typu 1, 3, 5 oraz ewentualnie 2, 6, 8 - wg podziału w rozdz. 10.1.

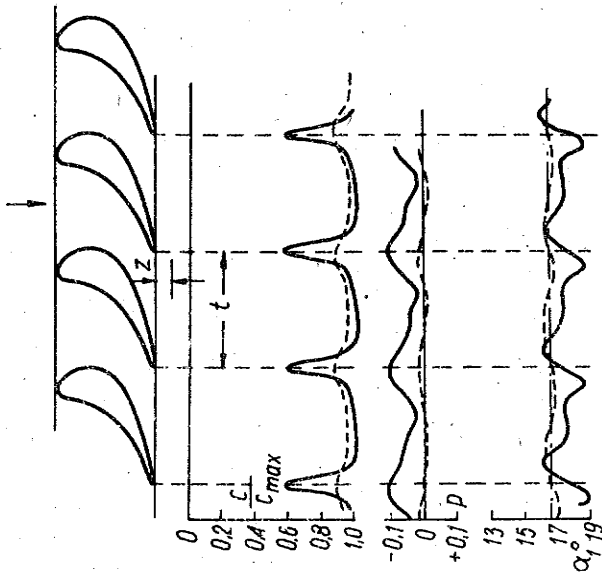
Narastanie grubości warstwy przyściennej na profilu łopatki kierowniczej i profile prędkości w przepływie bez oderwania ilustruje rys. 10.4a, a przykład oderwania - rys. 10.4b. W wyniku - profile prędkości, ciśnień i kątów strumienia bezpośrednio za palisadą profili są nierównomierne i dopiero nieco dalej wyrównują się (straty mieszania), co przykładowo przedstawiono na rys.10.5.

Obraz przepływu i strat w palisadzie o skończonej wysokości łopatek l istotnie komplikuje się. Na ściankach ograniczających wysokość kanału tworzy się warstwa przyścienna, podobnie jak na profilu. Wobec istnienia poprzecznego gradientu ciśnienia w kanale międzyłopatkowym (rys.1.1 i 10.6) warstwa przyścienna przepływa po powierzchniach ograniczających w kierunku od wklęsłej (ciśnieniowej) do wypukłej (podciśnieniowej, ssącej) strony profilu. W wyniku tego przy wierzchołku i stopie kanału indukowane są przepływy wtórne i powstają obszary zawirowań, o znacznie podwyższonych stratach w stosunku do strat profilowych.

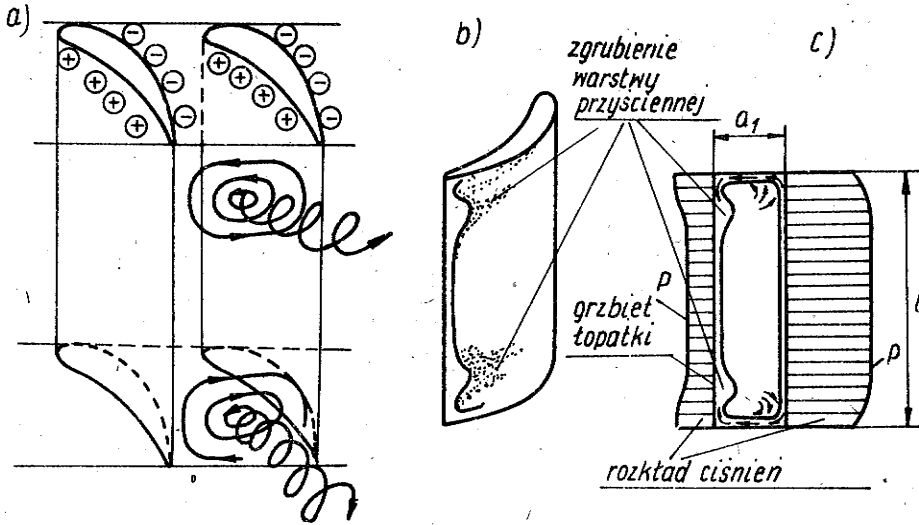
Mechanizm powstawania przepływów wtórnych poglądowo wyjaśniony jest na rys.10.6.



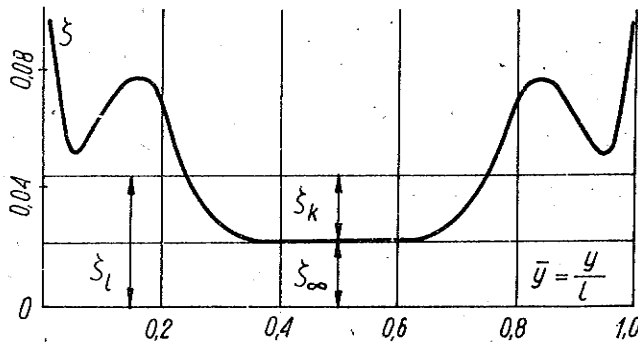
Rys.10.4. Schemat narastania grubości δ warstwy przysciennej na profilu łopatkki kierowniczej: a) w przepływie bez oderwania oraz b) w przepływie z oderwaniem



Rys.10.5. Przykładowe pola prędkości, ciśnieni i kątów strumienia za płaską palisadą profili: linie ciągłe - w przekroju w odległości $z = 0,1 t$ za palisadą, linie przerywane - w przekroju - $z = 1,8 t$



Rys.10.6. Powstawanie przepływów wtórnych w palisadzie o skończonej wysokości łopatkki: a) objaśnienie mechanizmu indukowania przepływów wtórnych; b) i c) rozkład grubości warstwy przysiennej i rozkład ciśnienia wzdłuż wysokości łopatkki w pobliżu krawędzi spływu



Rys.10.7. Rozkład współczynników strat (uśrednionych wzdłuż podziałki) wzdłuż wysokości łopatkki palisady profili o nieznacznie konfuzorowym kanale

Łączne straty w palisadzie związane z przepływami wtórnymi nazywa się stratami końcowymi. Typowy rozkład strat wzdłuż wysokości łopatkki oraz straty średnie przedstawiono na rys.10.7.

Spostrzegamy, że przy wzroście wysokości łopatkki udział "jądra" strumienia, które przepływa przez palisadę, przy niewielkich stratach profilowych wzrasta, przy czym rośnie sprawność palisady, wobec

zmniejszenia udziału znacznych strat końcowych. W związku z tym straty w palisadzie wyrażają się potwierdzoną doświadczalnie zależnością

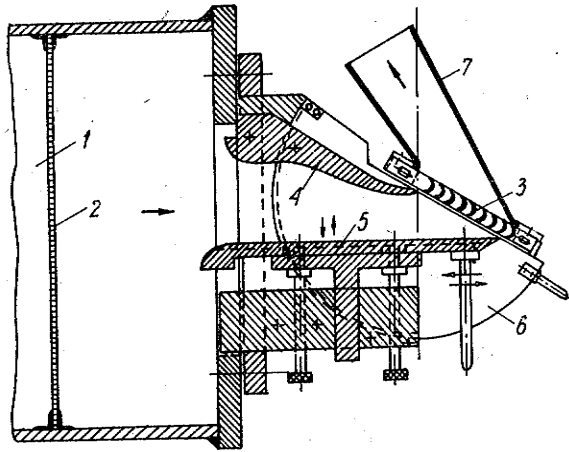
$$\zeta_e = \zeta_\infty + K \frac{b}{l}, \quad (10.6)$$

gdzie:

K - oznacza współczynnik zależny od geometrii i warunków przepływu w palisadzie.

Zagadnienia płaskich palisad profili są stosunkowo dobrze opracowane od strony teoretycznej oraz doświadczalnej i istnieje w tym zakresie obszerna literatura. Systematyczne badania wyspecjalizowanych instytucji doprowadziły do zestawienia atlasów racjonalnych profili turbiniowych, zapewniających stosunkowo małe straty profilowe $\zeta_\infty = 0,02 \pm 0,05$ w warunkach obliczeniowych.

Badania palisad, których wyniki zestawione są w atlasach profili, prowadzone są w tunelach palisadowych. Schemat typowego stanowiska przedstawiono na rys.10.8. Spostzegamy, że badania palisadowe prowadzone są w wyidealizowanych warunkach, w których między innymi, strumień czynnika napływającego na palisadę jest jednorodny, o małej turbulencji.



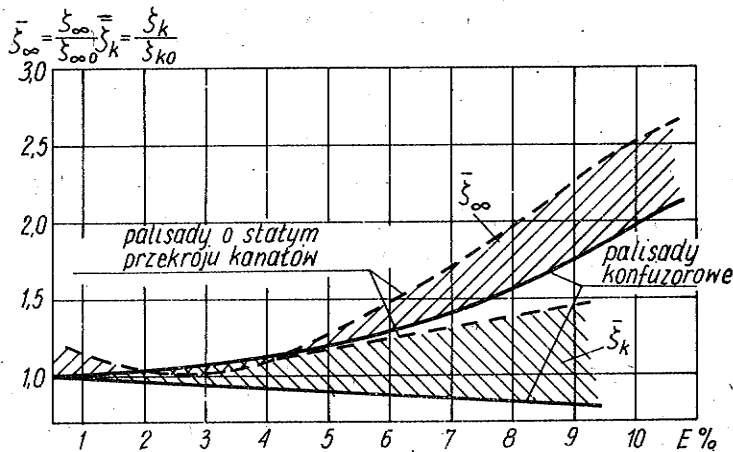
Rys.10.8. Schemat stanowiska do badań palisadowych: 1 - komora wlotowa, 2 - palisada wyrównująca przepływ, 3 - badana palisada, 4 - nieruchoma ścianka dyszy wlotowej, 5 - nastawna ścianka dyszy wlotowej, 6 - obrotowy pierścień, 7 - dyfuzor wylotowy

10.2.2. Straty w wieńcu kierowniczym

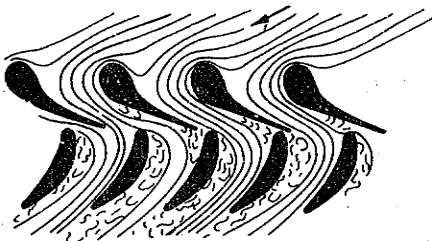
Obraz przepływu i strat w rzeczywistym wieńcu kierowniczym stopnia turbinowego jest znacznie bardziej złożony niż w omówionej płaskiej palisadzie profili, stanowiącej uproszczony model wieńca. Wynika to z następujących głównych względów:

- promieniowego ustawienia łopatek w wieńcu (rys.10.1), w związku z czym kształt kanału międzyłopatkowego zmienia się wzdłuż wysokości łopatki;

- niejednorodnej struktury, pulsacji oraz znacznej turbulencji strumienia napływającego na wieńiec, kształtowanych w wyniku przepływu przez poprzedzające elementy części przepływowej, np. poprzedzający wieńiec wirujący, o skończonej liczbie łopatek; jak znaczny może być związany z tym wzrost strat profilowych (stopień turbulencji w przepływie w stopniu wynosi zwykle $E = 6 \div 15\%$) w stosunku do danych z atlasów profili ($E = 0,5 \div 1,5\%$), ilustruje rys.10.9 [2];



Rys.10.9. Wpływ stopnia turbulencji E na straty w płaskiej palisadzie profili; $\xi_{\infty 0}$ oraz ξ_{k0} oznaczają straty profilowe i końcowe przy $E \approx 0$



Rys. 10.10. Ilustracja wzajemnego wpływu wieńców kierowniczego i wirującego

- wzajemnego oddziaływania wieńców kierowniczego i wirującego; wobec małych luzów osiowych w stopniu wpływ ten może być znaczny (rys.10.10) i dla właściwego doboru profili łopatek wieńców w stopniu nie wystarczają dane palisadowe, a potrzebne jest sprawdzenie w turbinie doświadczalnej (rozd.12).

Przebieg przyjmować można, że straty w wieńcu kierowniczym ζ_d są większe od strat wg atlasu profili ζ_1 o $0,02 \div 0,04$.

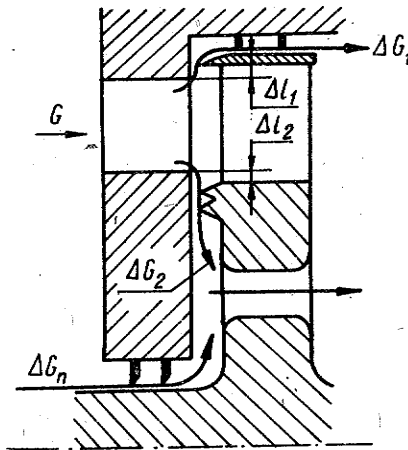
Straty energii Δh_d w wieńcu kierowniczym (zaznaczone na schemacie procesu rozprężania - rys.10.12) równe są:

$$\Delta h_d = \zeta_d \frac{c_1^2}{2} \text{ th}; \quad \zeta_d = 1 - \eta_d = 1 - \varphi^2. \quad (10.7)$$

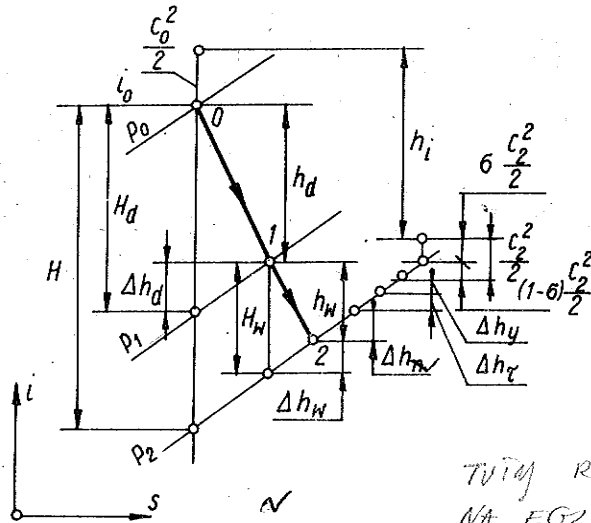
10.2.3. Straty w wieńcu wirującym

Przepływ i straty w rzeczywistym wieńcu wirującym są odmienne jak w płaskiej palisadzie profili ze względów omówionych w przypadku wieńca kierowniczego oraz dodatkowo wobec:

- przepływu w intensywnym polu sił masowych, związanych z ruchem obrotowym;
- stosowania, ze względów konstrukcyjnych, przysłoneń przy wierzchołku Δl_1 oraz przy stopie Δl_2 łopatki wirującej (rys.10.11),



Rys.10.11. Schemat uszczelnień i przecieków w stopniu budowy komorowej



Rys.10.12. Schemat procesu rozprężania w stopniu turbinowym z zaznaczeniem poszczególnych strat

w związku z czym w szczelinie międzywieńcowej przestrzeń przepływa gwałtownie rozszerza się, z czym związane są dodatkowe straty.

Straty w wieńcu wirującym ξ_w są przeciętnie większe od strat wg atlasu profili ξ_1 o $0,03 \div 0,06$. Straty energii Δh_w w wieńcu wirującym (rys.10.12) równe są:

$$\Delta h_w = \xi_w \frac{w_{2th}^2}{2}; \quad \xi_w = 1 - \eta_w = 1 - \psi^2. \quad (10.8)$$

10.2.4. Sprawność obwodowa stopnia

Sprawność obwodową stopnia η_u , określoną zal. (4.32), powiązać można z omówionymi stratami wieńców, gdyż uwzględnia ona straty w wieńcu kierowniczym Δh_d i w wieńcu wirującym Δh_w oraz stratę wy-

lotową $(1 - \delta) \frac{c_2^2}{2}$, stąd:

$$\eta_u = \frac{E - \Delta h_d - \Delta h_w - (1 - \delta) \frac{c_2^2}{2}}{E} = 1 - \xi_d - \xi_w - (1 - \delta) \frac{c_2^2}{2E}, \quad (10.9)$$

gdzie energia rozporządzalna stopnia E określona jest zal. (4.34).

Współczynniki ξ_d oraz ξ_w określają wpływ jakości wieńców kierowniczego i wirującego na sprawność stopnia.

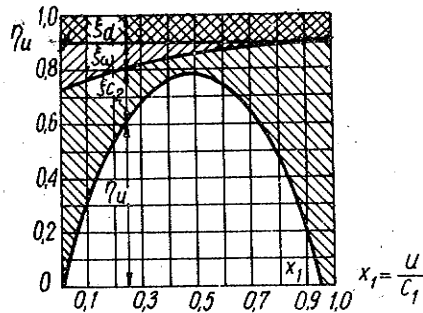
Związki pomiędzy współczynnikami ξ oraz ξ wynikają z zal. (10.7) i (10.8):

$$\Delta h_d = \xi_d E = \xi_d \frac{c_{1th}^2}{2} \rightarrow \xi_d = \xi_d \frac{\frac{c_o^2}{2} + (1 - \varrho) H}{E}, \quad (10.10)$$

$$\Delta h_w = \xi_w E = \xi_w \frac{w_1^2}{2} \rightarrow \xi_w = \xi_w \frac{\frac{w_1^2}{2} + \varrho H}{E}.$$

Wynika stąd, że wpływ palisady wirującej na sprawność stopnia z reakcyjnością $\varrho = 0$ jest w przybliżeniu 4-krotnie mniejszy niż wpływ palisady kierowniczey ($w_1^2 / 2E \approx \frac{1}{4}$).

Wpływ ten wzrasta ze wzrostem reakcyjności i przy $\varrho = 0,5$ wpływ obu wieńców jest już jednakowy. Udziały poszczególnych strat w funkcji wskaźnika prędkości stopnia de Lavala przedstawia rys.10.13.



Rys.10.13. Udziały strat i sprawności stopnia de Lavala w funkcji wskaźnika prędkości

10.3. Straty dodatkowe

Straty dodatkowe stopnia, wynikające głównie z niedoskonałości jego konstrukcji, mogą stanowić znaczną pozycję w bilansie strat. Obejmują one straty przecieków przy wierzchołku i przy stopie łopatki wirującej, straty nieszczelności, straty tarcia wirników o czynnik oraz straty wilgotności.

Pomimo stosowanych zwykle uszczelnień (rys.10.11), przy wierzchołku i stopie łopatki wirującej występują przecieki (przepływy uboczne) czynnika roboczego, pomimo wieńca wirującego. Straty z tym związane zależą od wielkości ΔG i kierunku przecieku (na rys.10.11 przedstawiono przypadek stosunkowo najkorzystniejszy) oraz jego wpływu na zniekształcenie struktury przepływu głównego w wieńcu wirującym, ujmowanego współczynnikiem - a - w zal. (10.11). Wynikające stąd

$$\eta_u = \frac{h_u}{l} = \frac{\eta \cdot \Delta h_d - \Delta h_w - (1-\sigma) \frac{G^2}{E}}{1 - \eta \cdot \Delta h_d - \Delta h_w - (1-\sigma) \frac{G^2}{E}} - 106$$

zmniejszenie sprawności stopnia określa zależność:

$$\eta'_u = \eta_u - \sum_{i=1}^2 a_i \frac{\Delta G_i}{G}, \quad (10.11)$$

gdzie:

η_u - dana zal. (10.9) - nazywana bywa sprawnością obwodową stopnia z idealnymi uszczelnieniami.

W tradycyjnym ujęciu nie wyróżnia się tu sprawności η_u oraz η'_u , obciążając wieniec wirujący (ξ_w, ζ_w) wszystkimi stratami w szczelinie międzywieńcowej, łącznie ze stratami rozpatrywanych przecieków.

W stopniu budowy komorowej (rys.10.11) występuje ponadto przeciek ΔG_n przez dławnicę międzystopniową. Związana z tym strata nieszczelności ξ_n równa jest:

$$\xi_n = \eta'_u \frac{\Delta G_n}{G}; \quad \Delta h_n = \xi_n E. \quad (10.12)$$

W wyniku tarcia (brodzenia) wirników, głównie ich tarcz wirujących o czynnik, występują w stopniu straty, zmniejszające realizowaną moc na wale. Moc tarcia N_r wirnika tarczowego wyznaczyć można z zależności:

$$N_r = K \rho n^3 D^5, \quad (10.13)$$

gdzie:

- K - oznacza współczynnik, zależny od geometrii i warunków przepływowych,
- ρ - gęstość czynnika otaczającego tarczą a
- D - zewnętrzną średnicę tarczy wirującej.

Wynikająca stąd strata tarcia (brodzenia) równa jest:

$$\Delta h_c = \frac{N_r}{G}; \quad \xi_r = \frac{\Delta h_r}{E}. \quad (10.14)$$

Pracy stopnia turbinowego w obszarze pary mokrej (ogólniej - przy dwufazowym czynniku roboczym) towarzyszą inne jeszcze, dodatkowe straty energii, silnie zmniejszające sprawność w stosunku do osiągniętej przy pracy w obszarze pary przegrzanej oraz uszkodzenia części przepływowej, głównie łopatek wirujących, na skutek erozji. Kompleks zjawisk związanych z przepływem czynnika dwufazowego, jakim jest para mokra, przez stopień turbinowy - jest niezwykle złożony i dotąd daleko nie w pełni poznany.

W bardzo złożonym zespole strat, związanych z przepływem pary mokrej przez stopień, wyróżnić można dwie zasadnicze grupy strat, o odmiennym charakterze.

Pierwszą grupę stanowią straty o charakterze termodynamicznym, związane głównie z bardzo dużą szybkością, z jaką zachodzi proces rozprężania pary w turbinie. Odmiennie niż w zakresie pary przegrzanej, gdzie praktycznie występuje równowaga termodynamiczna, w zakresie pary mokrej, szczególnie w pobliżu krzywej granicznej, równowagi takiej brak. W omawianych stanach nierównowagowych, para jest ochłodzona o ΔT , wobec nienadążania procesów kondensacji za szybkimi zmianami ciśnienia rozprężanej pary. Zachodzi przy tym relacja:

$$\Delta T = T_n - T_p > 0,$$

gdzie:

- T_n - oznacza temperaturę nasycenia odpowiadającą aktualnemu ciśnieniu pary p_p (T_n odpowiada stanowi równowagi termodynamicznej, podawanemu na wykresach i w tablicach parowych);
- T_p - jest aktualną temperaturą pary.

Przechłodzenie pary może być znaczne $20 \div 40^\circ\text{C}$, przy czym zmniejsza ono izentropowy (rozporządzalny) spadek entalpii. Przejście do stanu bliskiego równowadze termodynamicznej zachodzi zwykle gwałtownie (spontaniczna kondensacja i inne zjawiska o charakterze falowym), z czym związany jest przyrost entropii i straty energii. Inne straty omawianej złożonej grupy związane są ogólnie z procesami wymiany masy i ciepła między fazami ciekłą i gazową, zachodzącymi przy niezbędnej różnicy temperatur, co prowadzi znowu do przyrostu entropii i strat.

Należy zwrócić uwagę na fakt, że rozpatrywanej, pierwszej grupy strat zasadniczo nie można uniknąć, gdyż związane one są z naturalnymi właściwościami czynnika dwufazowego i zasadą działania turbiny.

Drugą złożoną grupę stanowią straty o charakterze przepływowym, związane głównie z odmiennymi prędkościami i trajektoriami fazy ciekłej i parowej i wzajemnym oddziaływaniem tych faz w przepływie. Faza ciekła, pojawiająca się w wyniku kondensacji, występuje następnie w trzech głównych postaciach: w formie mgły (b. małe krople), w formie filmu, tj. warstewek wody płynących po powierzchniach części przepływowej, oraz w postaci dużych kropli a nawet strumieni wody.

Faza ciekła w formie mgły porusza się zasadniczo zgodnie z fazą parową, nie wywołując istotniejszych strat ani erozji. Film wodny zmienia profil łopatek, pogrubia ich krawędź spływu, a przy odpowiedniej grubości filmu pojawiają się na nim fale, co jest źródłem strat. Najistotniejsze straty związane są tu z powstaniem i ruchem dużych kropli. Krople te tworzą się głównie w wyniku rozrywania filmu spływającego z łopatek, co wymaga dostarczenia energii przez fazę parową. Dalszego dostarczania energii, kosztem fazy parowej, wymaga przyspieszenie (przez siły tarcia na powierzchni rozdziału faz) i ruch tych kropli, przy czym prędkość kropli jest zawsze mniejsza od prędkości fazy parowej. Wzajemne oddziaływanie kropli i pary niekorzystnie zmienia też ogólną kinematykę przepływu. Niezgodność trajektorii i prędkości kropli wody i fazy parowej jest przyczyną uderzeń kropli o ele-

menty części przepływowej, głównie łopatki, wobec dostosowania kinematyki stopni turbinowych głównie do wymagań przepływu fazy parowej. Z uderzeniami tymi związane są straty bezpośredniego hamowania wirnika oraz erozja.

Erozja łopatek i obniżenie sprawności stopni pracujących w obszarze pary mokrej zmuszają do ograniczenia dopuszczalnej wilgotności pary w turbinie do $y > 0,85 \div 0,9$.

Wpływ obu grup strat łącznie na zmniejszenie sprawności stopnia turbinowego ocenić można przy pomocy zależności:

$$\eta_{iy} = \eta_i y, \quad (10.15)$$

gdzie:

- η_{iy} - oznacza sprawność wewnętrzną (patrz rozdz.10.4) stopnia pracującego z parą mokrą,
 - η_i - sprawność wewnętrzną tegoż stopnia w obszarze pary przegrzanej,
 - y - stopień suchości pary.
- Wynikające stąd straty równe są:

$$\Delta h_y = (1 - y)E \eta_i; \quad \xi_y = (1 - y)\eta_i. \quad (10.16)$$

10.4. Sprawność wewnętrzna stopnia

Wszystkie straty stopnia ujmuje jego sprawność wewnętrzna, określona stosunkiem mocy wewnętrznej stopnia N_i , stojącej do dyspozycji na wale, do mocy teoretycznej N_{th} . Od strony bilansu strat, sprawność wewnętrzna jest mniejsza od sprawności obwodowej stopnia o sumę strat dodatkowych $\sum \xi_{dod}$, czyli:

$$\eta_i = \frac{N_i}{N_{th}} = \frac{h_i}{E} = \underbrace{1 - \xi_d - \xi_w - (1 - \epsilon) \frac{c_2^2}{2E} - \sum a \frac{\Delta G}{G} - \sum \xi_{dod}}_{\eta'_u} \quad (10.17) \quad \checkmark$$

$$\sum \xi_{dod} = \xi_n + \xi_r + \xi_y \quad (10.18)$$

Schemat procesu rozprężania w stopniu z zaznaczeniem tych strat oraz wewnętrznego (wykorzystanego) spadku entalpii h_i , przedstawiono na rys.10.12.

Należy zauważyć, że udział strat końcowych w wieńcach łopatkowych oraz udział większości strat dodatkowych w bilansie strat stopnia

zmniejsza się przy wzroście wysokości łopatek tak, że w szerokim zakresie praktycznie słuszna jest tu zależność:

$$\eta_i = K_1 - \frac{K_2}{1}, \quad (10.19)$$



gdzie:

K_1 oraz K_2 - są współczynnikami zależnymi od geometrii stopnia i warunków przepływu.

Wynikają stąd oczywiste już zalecenia konstrukcyjne. Zależność (10.19) nie obowiązuje w zakresie bardzo długich łopatek, wobec trudności we właściwym ich ukształtowaniu (rozd.11).

11. PRZEPŁYW PRZESTRZENNY W OSIOWYM STOPNIU MASZINY WIRNIKOWEJ

11.1. Przepływ przestrzenny w stopniu o cylindrycznych łopatkach

Przy omawianiu zakresu stosowalności jednowymiarowej teorii stopnia (rozd.7) stwierdziliśmy, że przy stosunku $\theta = D_{sr} / D_{ze}$ większym od ok. 0,15 ($\vartheta = D_{ze} / D_{we} > 1,35$), różnice między prędkościami obwodowymi w stopniu stają się znaczące. W związku z tym, warunki przepływu przy stopie (u_{we}) na promieniu średnim (u) oraz przy wierzchołku łopatki (u_{ze}) różnią się w sposób istotny, co powinno być odpowiednio uwzględnione w obliczeniach i projekcie stopnia. Zagadnienie to przedstawione zostanie na przykładzie osiowego stopnia turbinowego.

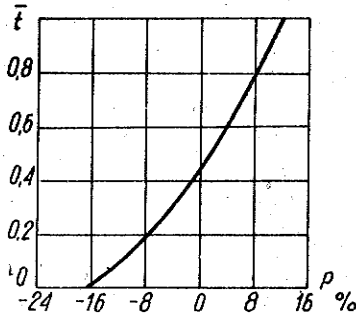
Łopatki o niezmiennym profilu wzdłuż wysokości nazywamy cylindrycznymi. Stopnie turbinowe z takimi łopatkami są powszechnie stosowane przy małych, rzadziej przy umiarkowanych, wartościach stosunku θ . Kąt wypływu z cylindrycznej (pierścieniowej) palisady, zestawionej z cylindrycznych łopatek nie jest stały i przyrasta w kierunku ku wierzchołkowi łopatki. W tym samym kierunku przyrasta też prędkość obwodowa. Podobnie i reakcyjność nie jest w stopniu turbinowym stała a zmienia się wzdłuż wysokości łopatki.

Doświadczenia wykazują, że rozkład reakcyjności w stopniu turbinowym o cylindrycznych łopatkach dobrze opisuje zależność [11]:

$$\frac{1 - \varrho_{we}}{1 - \varrho_{ze}} = \vartheta^2 = \left(\frac{D_{ze}}{D_{we}} \right)^2 = \left(\frac{\theta + 1}{\theta - 1} \right)^2, \quad (11.1)$$

gdzie:

- ρ_{ze} - oznacza reakcyjność na zewnętrznej średnicy D_{ze} , tj. przy wierzchołku łopatki,
- ρ_{we} - przy stopie, tj. na średnicy wewnętrznej D_{we} .

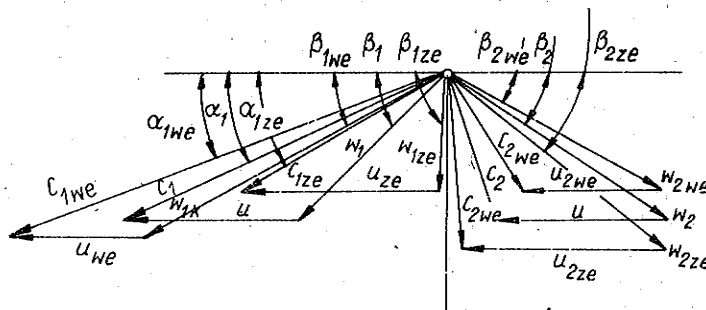


Rys.11.1. Zmiana reakcyjności wzdłuż wysokości łopatki stopnia z cylindrycznymi łopatkami o umiarkowanej długości ($\psi = 1,3$)

Widać, że reakcyjność przyrasta dość intensywnie w kierunku ku wierzchołkowi łopatki. Przykładowy rozkład dla stopnia o wartości $\psi = 1,3$ i średniej reakcyjności $\rho_{sr} \approx 0,02$ (na średnim promieniu) pokazano na rys.11.1.

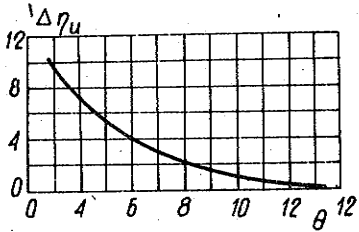
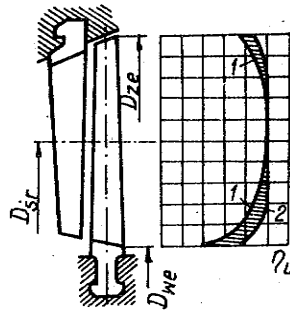
Profil łopatek cylindrycznych dobiera się dla warunków na średniej średnicy (w połowie wysokości łopatki), tam też występują obliczeniowe trójkąty prędkości. Wobec wskazanych wyżej zmian reakcyjności, kątów wypływu z palisad i prędkości obwodowej, oczywiste jest, że trójkąty prędkości przy wierzchołku (indeks ze) oraz przy stopie (indeks we) są odmiennie, co ilustruje rys.11.2. Wynikają stąd w tych obszarach straty spowodowane nieodpowiednimi kątami napływu na palisadę wirującą i podwyższoną stratą wylotową.

Związany z tym rozkład sprawności wzdłuż wysokości łopatki przedstawiono na rys.11.3. Zaznaczono tam również możliwości zmniejszenia tych lokalnych strat w przypadku odpowiedniego, przestrzennego ukształtowania łopatek, tj. ich "zwinienia". Kolejny rys.11.4 przedstawia osiągalną różnicę sprawności wewnętrznej pomiędzy stopniem z łopatkami cylindrycznymi a stopniem z łopatkami zwinionymi w racjonalny sposób, zależnie od stosunku $\frac{1}{g} = \frac{D}{l}$. Widać, że przy większych war-



Rys.11.2. Trójkąty prędkości na średnim promieniu oraz przy wierzchołku (indeks ze) i przy stopie (indeks we) stopnia o łopatkach cylindrycznych

Rys.11.3. Rozkład sprawności obwodowej wzdłuż wysokości łopatki: 1 - stopień z cylindrycznymi łopatkami; 2 - stopień z łopatkami zwiniętymi w racjonalny sposób. Zakreskowane pole związane z poprawą sprawności przy racjonalnym zwinięciu łopatek



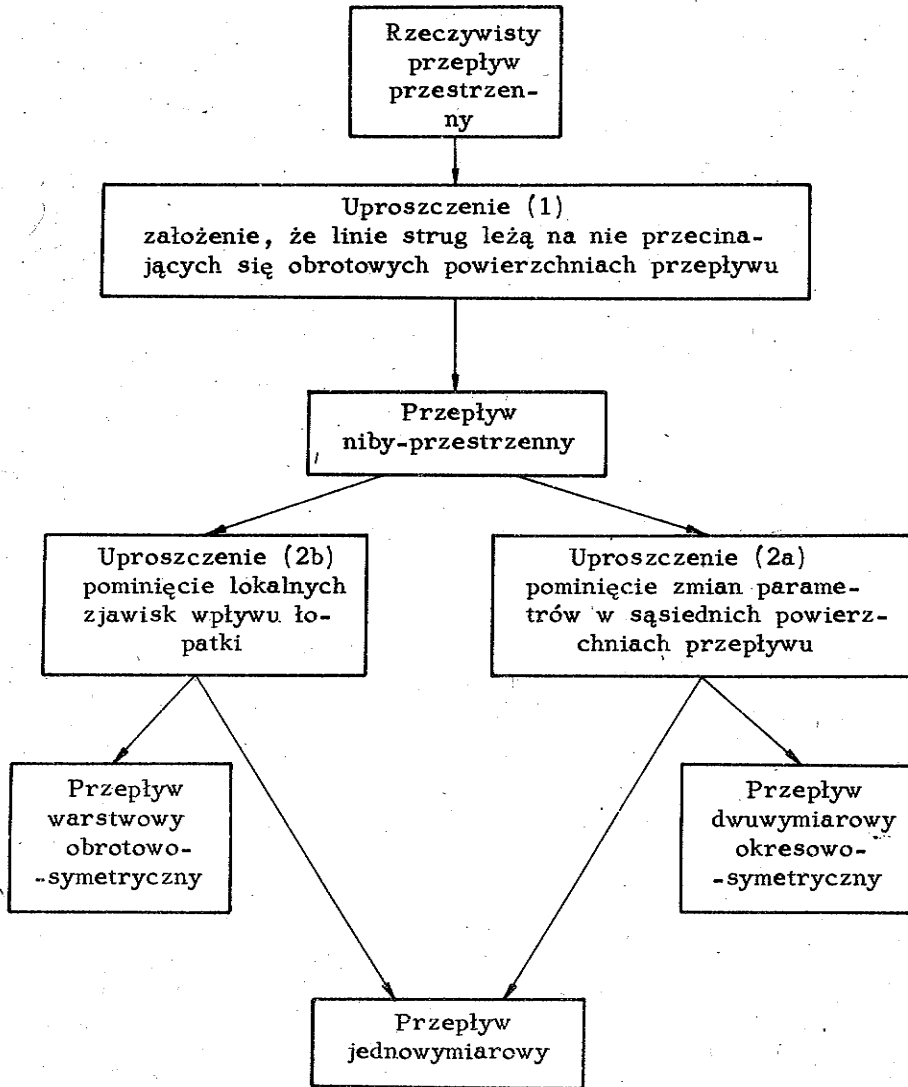
Rys.11.4. Różnica sprawności między stopniem z łopatkami cylindrycznymi a stopniem z łopatkami zwiniętymi w racjonalny sposób

tościach θ zyski na sprawność mogą być znaczne, całkowicie kompensujące wzrost kosztów wykonania łopatek zwiniętych, związany z bardziej złożoną technologią ich wykonania. Dla realizacji konstrukcyjnej takiego zwinięcia potrzebne jest zbadanie przepływu przestrzennego w stopniu.

11.2. Modele przepływu w stopniu maszyny wirnikowej

Rzeczywisty przepływ czynnika roboczego w stopniu maszyny wirnikowej ma tak złożony, przestrzenny charakter, że pełne ujęcie teoretyczne nie jest tu jeszcze możliwe (rozd.3). Wynika stąd potrzeba stosowania w praktycznych obliczeniach uproszczonych modeli tego przepływu. W zakresie tym zaproponowano już bardzo wiele różnych modeli i związanych z nimi sposobów obliczeń, opartych na rozmaitych założeniach. Ograniczając się do ustalonych warunków pracy stopnia, za pracę [3] wskazać można poniższą zasadniczą systematykę tych modeli przepływu (rys.11.5).

Powszechnie przyjmowane jest tu pierwsze założenie, że czynnik roboczy w stopniu porusza się po współosiowych, nieprzecinających się, obrotowych powierzchniach przepływu. W rzeczywistym przepływie zróżnicowanie składowych promieniowych w kierunku obwodowym, wobec skończonej ilości łopatek, powoduje, że założenie to nie jest ściśle spełnione. Jednak przy najczęściej stosowanych w maszynach wirnikowych znacznych liczbach łopatek (20 ÷ 100 i więcej), doświadczenia wskazują, że jest to założenie uzasadnione. Prowadzi ono do modelu



Rys.11.5. Modele przepływu w stopniu maszyny wirnikowej

niby-przestrzennego, trójwymiarowego (rys.11.5), złożonego z dowolnie dużej liczby obrotowych powierzchni przepływu, w ramach których rozpatrywany jest dwuwymiarowo przepływ okresowo-symetryczny. Okresowość ta wynika ze skończonej liczby łopatek maszyny.

Dalsze uproszczenia (2 na rys.11.5) polegają na przejściu do modelu dwuwymiarowego. Jest to możliwe albo przy pominięciu lokalnych zjawisk opływu poszczególnych łopatek, tj. uśrednieniu parametrów w kierunku obwodowym, w każdej z dowolnie dużej liczby powierzchni

przepływu, co prowadzi do modelu przepływu osiowo-symetrycznego (2a - rys.11.5), bądź przez rozpatrywanie przepływu tylko w jednej zastępczej powierzchni przepływu, tj. uśrednieniu parametrów wzdłuż wysokości łopatki, co daje dwuwymiarowy model przepływu okresowo-symetrycznego (2b - rys.11.5).

Stosując uśrednienie parametrów, zarówno wzdłuż wysokości łopatki jak i w kierunku obwodowym, otrzymuje się jednowymiarowy model przepływu (3 - rys.11.5) rozpatrzony w rozdz. 4, 6 i 7. Pomimo zalet takiego modelu, z oczywistych względów szeregu procesów i lokalnych zjawisk w przepływie nie można przy jego pomocy wyjaśnić i obliczyć.

W praktycznych obliczeniach przepływu przestrzennego w osiowych stopniach maszyn wirnikowych najszersze zastosowanie znalazł dotychczas osiowo - symetryczny model przepływu, mimo że inne podejścia wydają się być bardziej perspektywiczne.

11.3. Równanie równowagi promieniowej

Równanie równowagi promieniowej stanowi obecnie punkt wyjścia dla zagadnień przepływu przestrzennego w stopniach osiowych i przestrzennego kształtowania ich łopatek. Istnieje bowiem możliwość (w ramach niby-przestrzennego modelu przepływu) podziału przepływu przestrzennego w stopniu na odpowiednie "warstwy", które można już rozpatrywać wg jednowymiarowej teorii stopnia. Wynika stąd potrzeba określenia warunków stabilnego podziału przepływu na takie warstwy, co z kolei prowadzi do badania zagadnień równowagi promieniowej w przepływie w stopniu maszyny wirnikowej.

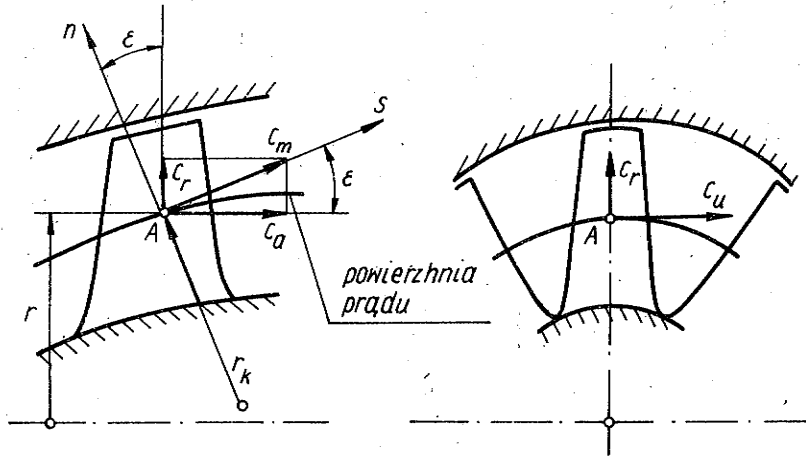
Wyprowadźmy ogólne równanie równowagi promieniowej w przepływie osiowo-symetrycznym (model 2a - rys.11.5). W każdym przekroju osiowym stopnia (rys.11.6) otrzymuje się tu taki sam obraz linii prądu, ogólnie o falistym kształcie. Rozpatrzmy element płynu znajdujący się w punkcie A i zapiszmy równanie jego ruchu dla kierunku n prostopadłego do powierzchni prądu (rys.11.6):

$$\underbrace{-\frac{c_u^2}{r^2} \cos \varepsilon}_a - \underbrace{\frac{c_m^2}{r_k}}_b = \underbrace{F_{in}}_c - \underbrace{\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial n}}_d, \quad (11.2)$$

*zakładamy
stała
ciężkość*

gdzie oznaczają:

- a - składowa w kierunku n przyspieszenia dośrodkowego od składowej obwodowej prędkości c_u (rys.11.6);
- b - przyspieszenie dośrodkowe ruchu po torze krzywoliniowym (promień krzywizny - r_k) z prędkością c_m ;



Rys.11.6. Objaśnienie do wyprowadzenia równania równowagi promieniowej

- c - jednostkowa siła masowa w kierunku n oddziaływania łopatek; oddziaływanie wieńca łopatkowego w wyniku zmiennego wzdłuż obwodu łopatki rozkładu ciśnień zastąpione tu zostało oddziaływaniem równoważnego (fikcyjnego) pola sił masowych przyłożonych w strefie wieńca łopatkowego;
 d - składowa w kierunku n siły od pola ciśnień w przepływie.

Dla maszyn osiowych szczególnie interesujące jest równanie równowagi w kierunku ściśle promieniowym. Dla jego wyprowadzenia rozpatrzmy jeszcze równanie ruchu w kierunku s , stycznym do linii prądu (rys.11.6):

$$\underbrace{-\frac{c_u^2}{r} \sin \epsilon}_a + \underbrace{c_m \frac{\partial c_m}{\partial s}}_e = \underbrace{F_{ls}}_c - \underbrace{\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial s}}_d, \quad (11.3)$$

gdzie:

e - przyspieszenie w ruchu postępowym (konwekcyjne) w kierunku s .

Zestawienie równania (11.2) oraz (11.3) daje:

$$\begin{aligned} \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} &= -\frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial p}{\partial n} \cos \epsilon + \frac{\partial p}{\partial s} \sin \epsilon \right) = \\ &= \left(\frac{c_u^2}{r} \cos \epsilon + \frac{c_m}{r_k} + F_{ln} \right) \cos \epsilon + \left(\frac{c_u^2}{r} \sin \epsilon - c_m \frac{\partial c_m}{\partial s} + F_{ls} \right) \sin \epsilon \end{aligned}$$

Uwzględniając, że:

$$F_{ir} = F_{in} \cos \varepsilon + F_{is} \sin \varepsilon ,$$

otrzymuje się stąd ogólne równanie równowagi promieniowej:

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} = \frac{c_u^2}{r} + \frac{c_m^2}{r_k} \cos \varepsilon - c_m \frac{\partial c_m}{\partial s} \sin \varepsilon + F_{ir} . \quad (11.4)$$

Dla celów obliczeń praktycznych należy człon $\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r}$ wyrazić przez entalpię. Dla elementarnego adiabatycznego rozprężania z zal. (2.29) wynika związek:

$$\frac{dp}{\rho} = \frac{1}{\eta_p} di , \quad (11.5)$$

skąd:

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} = \frac{1}{\eta_p} \frac{\partial i}{\partial r} \quad (11.6)$$

oraz:

$$\frac{1}{\eta_p} \frac{\partial i}{\partial r} = \frac{c_u^2}{r} + \frac{c_m^2}{r_k} \cos \varepsilon - c_m \frac{\partial c_m}{\partial s} \sin \varepsilon + F_{ir} . \quad (11.7)$$

Wprowadzając tu entalpię całkowitą i^* :

$$i^* = i + \frac{c^2}{2} = i + \frac{c_u^2 + c_m^2}{2} , \quad (11.8)$$

otrzymuje się inną jeszcze, wygodną w zastosowaniach, postać ogólnego równania równowagi promieniowej:

$$\frac{1}{\eta_p} \left(\frac{\partial i^*}{\partial r} - c_u \frac{\partial c_u}{\partial r} - c_m \frac{\partial c_m}{\partial r} \right) = \frac{c_u^2}{r} + \frac{c_m^2}{r_k} \cos \varepsilon - c_m \frac{\partial c_m}{\partial s} \sin \varepsilon + F_{ir} . \quad (11.9)$$

Wyprowadzone równanie równowagi promieniowej stosowane jest w praktyce głównie do badania pól prędkości i parametrów w szczelinach między wieńcami łopatkowymi. Ma to duże znaczenie, gdyż dostarcza potrzebnych informacji co do ukształtowania krawędzi wlotowych i wylotowych.

towych łopatek, tj. pozwala na określenie kątów łopatkowych i kątów trójkątów prędkości w funkcji promienia. Ponadto równanie równowagi promieniowej zapisane dla szczeliny międzywieńcowej jest prostsze, gdyż nie działa tu pole sił F_l oddziaływania łopatek ($F_{lr} = 0$). Jeśli ponadto wymagać, aby przepływ w szczelinie był ściśle osiowy, tj. aby $c_r = 0$; $r_k = \infty$; $\varepsilon = 0$ (przy tym $c_m \bar{\theta} c_a$), to równania (11.4), (11.8) i (11.9) przyjmują odpowiednio postać:

$$\frac{1}{\rho} \frac{dp}{dr} = \frac{c_u^2}{r}, \quad (11.10)$$

$$\frac{1}{\eta_p} \frac{di}{dr} = \frac{c_u^2}{r} = \frac{1}{\eta_p} \left(\frac{di^*}{dr} - c_u \frac{dc_u}{dr} - c_a \frac{dc_a}{dr} \right). \quad (11.11)$$

Związki (11.10) i (11.11) nazywane bywają szczególnym równaniem równowagi promieniowej.

Przepływy czynnika roboczego w kierunku promieniowym w stopniach osiowych powodują zwykle znaczne straty. W związku z tym racjonalne zwinięcie łopatek ma zadanie ograniczenia do minimum składowych promieniowych (c_r) prędkości. Należy tu jeszcze raz podkreślić, że w stopniach turbinowych o stosunkowo "krótkich" łopatkach ($\theta < 0,15$), tj. przy stosunkowo małej odległości między cylindrycznymi powierzchniami ograniczającymi kanał przy stopie i przy wierzchołku, czynnik roboczy nie mając "swobody" poruszania się w kierunku promieniowym będzie praktycznie wzdłuż tych ograniczeń kanału. W tych warunkach, bez wprowadzania zwinięcia łopatek, składowe promieniowe prędkości c_r są małe i nie odgrywają większej roli; można więc przyjmować, że przepływ odbywa się wzdłuż powierzchni cylindrycznych ($c_r = 0$).

11.4. Zasada swobodnego wiru

Większość metod zwijania łopatek sprowadza się do całkowania równania równowagi promieniowej (z konieczności w mniejszym lub większym stopniu przybliżonego) i wyznaczania w ten sposób rozkładów prędkości, kątów trójkątów prędkości i parametrów czynnika w szczelinach przed i za wieńcami łopatkowymi. Dalej omówimy dwie takie metody.

Rozpatrzmy szczególne równanie równowagi promieniowej w szczelinie międzywieńcowej (11.11), słuszne dla przepływu osiowo-symetrycznego przy warunkach $c_r = 0$; $r_k = \infty$; $\varepsilon = 0$. Jeśli ponadto przyjmując $\eta_p = 1$, tj. przepływ bez tarcia, oraz $\frac{di^*}{dr} = 0$ ($i^* = \text{const}$), co

oznacza równomierny przepływ na wlocie i stałą pracę stopnia wzdłuż promienia, to otrzymuje się poniższą specyficzną postać tego równania:

$$\frac{c_u^2}{r} + c_u \frac{dc_u}{dr} + c_a \frac{dc_a}{dr} = 0, \quad (11.12)$$

skąd:

$$\frac{1}{2} \frac{d}{dr} (c_u r)^2 + \frac{d}{dr} (c_a^2) = 0. \quad (11.13)$$

To uproszczone równanie równowagi promieniowej określa bezpośrednio związek składowych c_u oraz c_a prędkości wzdłuż wysokości łopaty (przy tym $c_r = 0$). Równanie to, podobnie jak i równania ogólniejsze, bez uproszczeń, ma nieskończenie wiele rozwiązań. Przyjęcie określonego rozwiązania, tj. ustalenie związków:

$$c_u = f_1(r) \quad \text{oraz} \quad c_a = f_2(r) \quad (11.14)$$

oraz konkretnych trójkątów prędkości na jednym z promieni np. przy stopie łopatki, wyznacza już jednoznacznie rozkład prędkości i kątów wzdłuż wysokości łopatki.

Oczywistym rozwiązaniem równania (11.12) są związki: $0 + 0 = 0$

$$c_u r = \text{const} \quad \text{oraz} \quad c_a = \text{const}, \quad (11.15)$$

określające tzw. zasadę swobodnego wiru (ang. free vortex). Zasada ta jest często stosowana przy związaniu łopatek turbin i sprężarek osiowych. Można wykazać, że w rozpatrywanym przypadku zasada ta jest równoznaczna z wymaganiem przepływu potencjalnego (rozd.3.3):

$$\text{rot } \vec{c} = 0. \quad (11.16)$$

Rozpatrzmy, jakie dalsze zależności wynikają z tej zasady. Projektowanie stopnia zaczynamy od przekroju przy stopie (indeks we), który obliczamy wg jednowymiarowej teorii, zadając trójkąty prędkości i reakcyjność, tj. $\alpha_{1we}, \beta_{1we}, \beta_{2we}, \rho_{we}, x_{we}$ itd. W przekroju między wieńcem kierowniczym a wirującym obowiązują tu związki:

$$c_{1u} r = c_{1uwe} r_{we} \quad \text{oraz} \quad c_{1a} = c_{1awe} = \text{const}. \quad (11.17)$$

Wprowadzając promień względny $\bar{r} = \frac{r}{r_{we}}$ otrzymuje się stąd:

ROZPATRZYMY
WIAZKI (11.15)

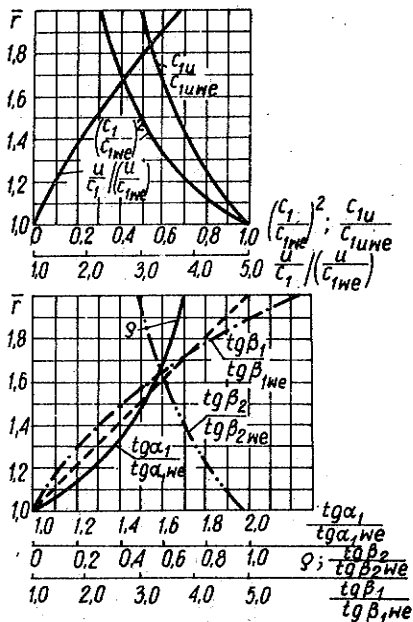
$$\left. \begin{aligned} \alpha_1 &= \arctg(\operatorname{tg} \alpha_{1we} \bar{r}), \\ \bar{c}_1 &= \frac{c_1}{c_{1we}} = \frac{1}{\bar{r}^2} \left[1 + (\bar{r}^2 - 1) c_{1we}^2 \right], \\ \varphi &= 1 - \frac{H_d}{H} = 1 - \frac{c_1^2 c_{1we}^2}{2H}, \\ \beta_1 &= \arctg \left[\frac{\bar{r} \sin \alpha_{1we}}{\cos \alpha_{1we} - x_{we} \bar{r}^2} \right]. \end{aligned} \right\} \quad (11.18)$$

Zależności (11.18) określają ukształtowanie krawędzi splywu łopatki kierowniczej i krawędzi natarcia łopatki wirującej zwiniętych wg zasady swobodnego wiru. Ukształtowanie krawędzi splywu łopatki wirującej wynika z rozpatrzenia przekroju na wylęcie ze stopnia, w którym:

$$c_{2u} r = c_{2uwe} r_{we} \quad \text{oraz} \quad c_{2a} = c_{2awe} = \text{const.} \quad (11.19)$$

Widzimy, że jednostkowa praca L_u wykonywana w stopniu zaprojektowanym wg zasady swobodnego wiru, jest stała wzdłuż promienia, co stanowi szczególną właściwość tej zasady:

$$L_u = u (c_{1u} + c_{2u}) = \omega (rc_{1u} + rc_{2u}) = \omega (r_{we} c_{1uwe} + r_{we} c_{2uwe}) \quad (11.20)$$



W przekroju wylotowym stopnia wymaga się zwykle niezmiennego ciśnienia statycznego, tj. $\frac{dp_2}{dr} = 0$ ($p_2 = \text{const}$), co daje też $H = f(r) = \text{const}$. Z równania (11.10) wynika przy tym $c_{2u} = 0$ oraz dalej $\alpha_2 = 90^\circ$ i $w_{2u} = u$. W takim stopniu ma więc miejsce osiowy wylot z minimalną stratą wylotową wzdłuż całej wysokości łopatki. Przy tym:

$$\operatorname{tg} \beta_2 = \frac{\operatorname{tg} \beta_{2we}}{r} \quad (11.21)$$

Rys.11.7. Rozkład kątów, prędkości i reakcyjności wzdłuż promienia w stopniu z łopatkami zwiniętymi wg zasady swobodnego wiru

Przykładowe wyniki obliczeń stopnia o wartościach $\theta = 0,333$ i $\psi = 2$, z łopatkami zwiniętymi wg zasady swobodnego wiru, przedstawiono na rys.11.7. W przekroju przy stopie stopień ten jest prawie czysto "akcyjny" - $\varphi_{we} = 0,04$; $\alpha_{1we} = 15^\circ$; $x_{we} = 0,4$; $\beta_{2we} = 23^\circ$.

Widać, że podtrzymywanie zasady swobodnego wiru wymaga dużego skręcenia łopatki kierowniczej i wirującej, co jest niedogodne, a często niewykonalne - ze względów wytrzymałościowych i technologicznych.

Pomimo poważnych założeń idealizujących (przepływ potencjalny), nie spełnionych w rzeczywistości, stopnie zbudowane wg zasady swobodnego wiru osiągają dobre sprawności. Celowe jest więc stosowanie tej zasady przy umiarkowanej wysokości łopatek $\theta < 0,25 \div 0,333$ ($\psi < 1,7 \div 2,0$), kiedy jeszcze ich skręcenie nie jest nadmierne, w przeciętnie obciążonych stopniach, tj. w których zmiany gęstości czynnika są małe lub umiarkowane.

11.5. Zasada stałego kąta α_1

Różne możliwości związania łopatek wynikają z rozwiązania równania (11.12) o postaci:

$$c_u r^n = \text{const}, \quad (11.22)$$

gdzie:

n - oznacza dowolną stałą. > 0

Można wykazać, że warunek (11.22) jest równoznaczny w rozpatrywanym przypadku z wymaganiami szczególnego przepływu wirowego, w którym wektor wiru $\text{rot } \vec{c}$ jest zawsze równoległy do prędkości \vec{c} (rozd.3.3). Wykorzystując dowolność stałej n (przy $n = 1$ otrzymujemy oczywiście przepływ potencjalny i zasadę swobodnego wiru) nakłada się tu zwykle dodatkowe wymagania. Jednym z możliwych jest tu warunek:

$$\text{tg } \alpha_1 = \frac{c_{1a}}{c_{1u}} = \text{const}; \quad \alpha_1 = \text{const}, \quad (11.23)$$

określający tzw. zasadę stałego kąta α_1 , w której $n = -\cos^2 \alpha_1$ i obowiązują związki:

$$c_u r^{-\cos^2 \alpha_1} = \text{const} \quad \text{oraz} \quad c_a = \text{tg } \alpha_1 c_u. \quad (11.24)$$

Pozwala to, podobnie jak w przypadku zasady swobodnego wiru, wyznaczyć odpowiednie zależności, określające rozkłady kątów i reakcyjności wzdłuż łopatki stopnia. Po zadaniu trójkątów prędkości i reakcyjności

ci, np. w przekroju przy stopie łopatki, określona jest przy tym geometria krawędzi wlotowych i wylotowych łopatek. Otrzymuje się tu mniejsze skręcenie łopatki w porównaniu z zasadą swobodnego wiru przy nieco gorszej, ale porównywalnej sprawności.

Nieskończenie wielka liczba rozwiązań równania (11.12) powoduje, że zaproponować tu można (i zaproponowano) wiele innych, podobnych zasad zwijania łopatek. Nie istnieją, niestety, metody wyboru racjonalnego sposobu zwijania łopatek np. ze względu na sprawność stopnia i porównanie oraz ocena tych zasad nastąpić może praktycznie wyłącznie w wyniku badań stopni modelowych, zaprojektowanych wg tych zasad. Stwierdzić należy, że nie istnieją obecnie metody wyboru racjonalnego sposobu zwijania łopatek na drodze obliczeniowej.

11.6. Stopnie z długimi łopatkami

Omówione sposoby zwijania łopatek, oparte na przybliżonym całkowaniu szczególnego równania równowagi promieniowej (11.11), nie nadają się praktycznie do wykorzystania w przypadku znacznie obciążonych stopni o długich łopatkach. W szczególności dotyczy to stopni o granicznym, czy zbliżonym do niego, objętościowym natężeniu przepływu. Do tego typu stopni należą przede wszystkim ostatnie stopnie turbin parowych kondensacyjnych wielkiej mocy, podstawowych jednostek prądotwórczych współczesnej energetyki. W tych przypadkach stosowane są tzw. praktyczne metody zwijania łopatek.

Obok kryteriów przepływowych, jak sprawność i przelotność stopnia, o jakości stopnia decyduje przede wszystkim jego pewność ruchowa, związana z odpowiednim spełnieniem kryteriów wytrzymałościowych i charakterystykami dynamicznymi (drgania) oraz technologiczność łopatek. Należy zwrócić uwagę, że kryteria te są w znacznym stopniu przeciwstawne. Stąd wobec zupełnie podstawowego znaczenia pewności ruchowej, w przypadku wysoko obciążonych stopni na możliwości zwijania ich łopatek nałożone są istotne ograniczenia.

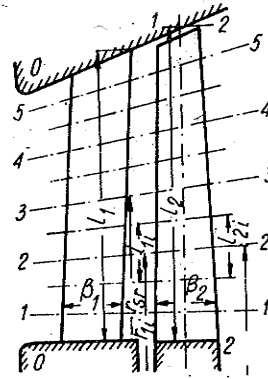
Praktycznie metody zwijania łopatek opierają się na wykorzystaniu ogólnego równania równowagi promieniowej (11.9). Postępowanie jest tu wielostopniowe, prowadzone metodą kolejnych przybliżeń. W pierwszym kroku dobiera się sposób zwinięcia łopatek kierowniczych. Dąży się tu zwykle, wykorzystując dane doświadczalne, do uzyskania najmniejszych strat w wieńcu kierowniczym. W wyniku określone są rozkłady:

$$\alpha_1 = \alpha_1(r) \quad \text{oraz} \quad \varphi = \varphi(r) . \quad (11.25)$$

Doświadczenie wykazuje, że przyjęte rozkłady (11.25) słabo wpływają na rozkład reakcyjności, tak że można ją tu oceniać wg wspólnej zależności:

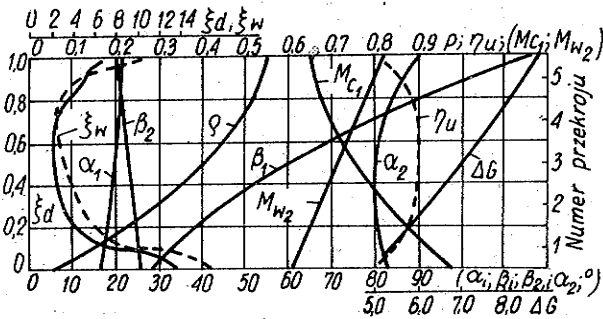
$$\varphi = 1 - (1 - \varphi_{we}) \bar{r}^{-2\varphi^2 \cos^2 \alpha_1} \quad (11.26)$$

Dzieli się teraz przepływ w stopniu na szereg warstw, zakładając stożkowe powierzchnie prądu (pierwsze przybliżenie), jak na rys.11.8. Każdą z tych warstw oblicza się następnie wg jednowymiarowej teorii, dobierając zwinięcie łopatki wirującej oraz jej profile z uwzględnieniem warunków pewności ruchowej, otrzymując pierwsze przybliżenie rozkładu parametrów w szczeliny międzywieńcowej i za stopniem. W oparciu o te rozkłady rozwiązuje się równanie równowagi promieniowej (11.9) i uściśla kształt powierzchni prądu (drugie przybliżenie). Postępowanie to powtarza się aż do uzyskania zgodności dwóch kolejnych wyników. Obliczenia stopnia sprawdza się i ewentualnie koryguje w oparciu o badania stopnia modelowego w turbinie doświadczalnej (rozd.12).

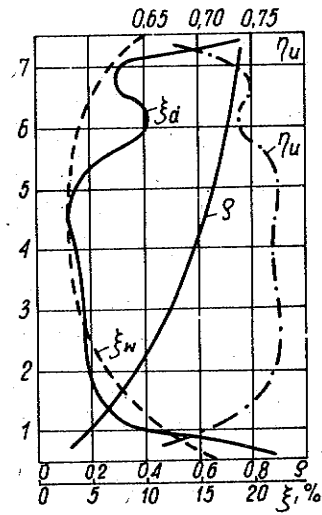


Rys.11.8. Schemat objaśniający podział przepływu w stopniu na szereg warstw

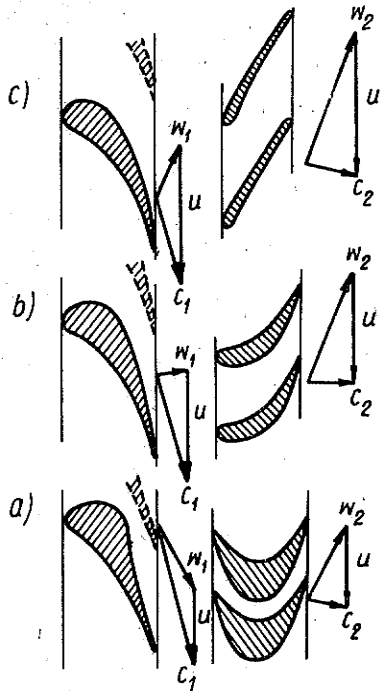
Przykładowe wyniki takich obliczeń dla ostatniego stopnia turbiny parowej o wysokości łopatki $l = 1$ m i średnicy $D_{sr} = 2,4$ m o energii rozporządzalnej $E = 188$ kJ/kg przedstawiono na rys.11.9 oraz 11.10.



Rys.11.9. Rozkład parametrów wzdłuż wysokości łopatki stopnia z dużym wskaźnikiem θ



Rys.11.10. Rozkład strat wzdłuż wysokości łopatki stopnia z rys. 11.9



Widoczne jest tu bardzo znaczne zróżnicowanie parametrów pracy i profili takiego stopnia wzdłuż wysokości łopatek (rys.11.11).

Na zakończenie należy jeszcze raz podkreślić, że istniejące metody obliczeń przepływu w stopniach o długich łopatkach nie pozwalają rozwiązać zadania wyboru racjonalnego sposobu organizacji przepływu i optymalnego zwinięcia łopatek. Są to bardzo złożone zagadnienia i pomimo wielu związanych prac należy je nadal traktować jako otwarte.

Rys.11.11. Przykład zmiany profili łopatek wieńca kierowniczego i wirującego stopnia o długich łopatkach: a) profile przy stopie, b) na promieniu średnim, c) przy wierzchołku

12. BADANIA DOŚWIADCZALNE I WYKORZYSTANIE ICH WYNIKÓW W OBLICZENIACH MASZYN WIRNIKOWYCH

12.1. Rola badań modelowych w projektowaniu maszyn wirnikowych

Modelowanie polega ogólnie na zastąpieniu badania interesującego nas zjawiska (urządzenia) zwanego wzorcowym, badaniem podobnego do niego zjawiska (urządzenia) modelowego. Przy tym model jest tak dobierany, aby:

- można było wyniki jego badań odpowiednio przenieść na zjawisko wzorcowe (co jest oczywiście warunkiem niezbędnym);

- wykonanie i badania modelu były prostsze, tańsze, efektywniejsze, niż zjawiska wzorcowego; wiąże się z tym na ogół zmniejszenie wymiarów modelu w stosunku do wzorca, obniżenia kosztów badań, obniżenia parametrów czynnika roboczego, zastosowanie tańszych materiałów itp.

W wielu przypadkach badanie zjawiska wzorcowego jest z różnych względów praktycznie w ogóle niemożliwe.

Modelowanie stosowane jest ogólnie w następujących głównych przypadkach:

- dla uzyskania szczegółowych danych potrzebnych w projektowaniu;
- dla kontroli koncepcji technicznych trudnych do dokładnego obliczenia;
- dla ustalenia ogólniejszej zależności, dotyczącej danego zjawiska lub grupy zjawisk.

Dwa pierwsze przypadki są badaniami o charakterze szczegółowym i bezpośrednim zastosowaniu technicznym, przypadek trzeci dotyczy badań o charakterze podstawowym, o znaczeniu ogólniejszym, wykraczającym poza konkretną konstrukcję maszyny.

Wszystkie te typy badań modelowych stosowane są w budowie maszyn wirnikowych. Najpowszechniej stosowane i najobszerniejsze są tu badania modelowe części przepływowej maszyny.

Potrzeba i konieczność badań modelowych części przepływowej maszyny wirnikowych wynika z następujących głównych względów:

1. Ograniczonych możliwości podejścia teoretycznego. Jak wynika z rozważań poprzednich rozdziałów, dotychczasowe osiągnięcia teorii w zakresie przepływów czynników roboczych przez układy łopatkowe cieplnych maszyn wirnikowych nie dają wystarczających podstaw do projektowania. Badania doświadczalne, głównie modelowe, muszą więc uzupełniać teorię, dostarczając danych odnośnie wartości szeregu współczynników, a w niektórych przypadkach, wręcz zastępować teorię.

2. Trudności prowadzenia badań maszyn w pełnej skali. Zagadnienie to dobrze ilustrują dwa poniższe przykłady z dziedziny turbozespołów parowych wielkiej mocy:

a) wyłączenie z ruchu, czy też tylko ograniczenie mocy dla celów przygotowania i przeprowadzania badań ogromnych jednostek, mających istotny udział w zasilaniu systemu elektroenergetycznego, powodowałoby bardzo poważne straty ekonomiczne; jeśli nawet byłoby to możliwe, to bardzo trudno zapewnić jest wymaganą, wysoką dokładność pomiarów w warunkach ruchowych w elektrowni; wreszcie w wyniku takich pomiarów otrzymać można praktycznie wyłącznie wynik sumaryczny, bez możliwości wydzielenia poszczególnych wpływów i określenia charakterystyk różnych elementów złożonej części przepływowej turbiny, a takie szczegółowe informacje są niezbędne dla weryfikacji metod obliczeniowych;

b) turbozespoły największej mocy są jednostkami prototypowymi, o ogromnych, nie stosowanych przedtem wymiarach i brak jest często jakichkolwiek podstaw do ich obliczeń i projektowania - a wymagana jest tu największa dokładność wyników obliczeń.

3. Konieczności dalszego ulepszania części przepływowej oraz przygotowania bardziej niezawodnych podstaw do jej projektowania. Doskonalenie części przepływowej uzasadnione jest w szczególności w maszynach największych mocy, gdzie nawet nieznaczna poprawa np. sprawności daje istotne korzyści ekonomiczne.

Rozwijając zagadnienie potrzeby ugruntowania podstaw projektowania stwierdzić należy, że aktualnie stawiane tolerancje np. osiągow turbozespołów parowych, takich jak: moc, sprawność, przelotność są tak

ostre ($\pm 1,5 \div 3\%$), że wymagają największej ostrożności w projektowaniu. Tymczasem projekt turbozespołu parowego jest zwykle projektem jednostkowym i rzadko kiedy umożliwia korektę gwarantowanych osiągnięć na podstawie badań prototypu: Zachodzi tu więc konieczność oszacowania z góry skutku skomplikowanych i niedostatecznie rozpoznanych zjawisk w przepływie. Jest to związane z oczywistym ryzykiem, uzasadniającym potrzebę badań.

Po uzasadnieniu znaczenia i konieczności prowadzenia badań modelowych części przepływowej maszyn wirnikowych, kolejnym zagadnieniem jest wybór elementów części przepływowej, które powinny podlegać badaniom. Zagadnienie to ilustruje poniższy przykład z dziedziny osiowych turbin ciepłych. Zrozumiałe jest, że im mniejszy element części przepływowej będzie modelowany, tym badania będą prostsze i tańsze. Np. modelowanie i badanie wycinka płaskiej palisady profili jest prostsze niż badanie nieruchomej palisady pierścieniowej, te z kolei prostsze od badań palisady wirującej itd., na grupie stopni turbinowych kończąc. Z drugiej strony, podział na elementy do badań modelowych uwzględnić musi możliwość przeniesienia wyników na rzeczywistą część przepływową nie tylko w sposób jakościowy, ale przede wszystkim ilościowy, tak aby dać podstawy do jej projektowania.

Przegląd strat w stopniu turbinowym (rozdz.10) wykazuje, że tylko właściwie przeprowadzone badania stopni i grup stopni turbinowych dostarczają niezawodnych informacji do projektowania. Badania na modelach prostszych, z których najbardziej rozpowszechnione są badania palisadowe, ciężą raczej do badań podstawowych. Praktyczne znaczenie badań palisad wydaje się polegać głównie na selekcji profili.

12.2. Zasady modelowania

Określeniem warunków, jakie powinny być spełnione, aby można było odpowiednio przenieść wyniki badań modelu na obiekt rzeczywisty, zajmuje się teoria podobieństwa. Kryteria podobieństwa, których równość w modelu i wzorcu zapewnia podobieństwo, wyprowadzić można bądź bezpośrednio z równań różniczkowych, opisujących przepływ, bądź na podstawie analizy wymiarowej. Jak stwierdziliśmy, przepływ w stopniach maszyn wirnikowych może być przeważnie traktowany jako adiabatyyczny. Przepływy adiabatyczne uznaje się za podobne przy spełnieniu trzech warunków:

1. Podobieństwo geometryczne - wymiary liniowe porównywanych stopni, tj. powierzchni ograniczających przepływ, różnią się tylko skalą; widzimy, że podobne powinny być również wielkość i struktura chropowatości powierzchni oraz grubość krawędzi spływu profilu, co jest trudno spełnić.

2. Podobieństwo kinematyczne - pola prędkości przepływu w porównywanych stopniach różnią się tylko skalą.

3. Podobieństwo dynamiczne - siły działające na płynący czynnik roboczy w porównywanych stopniach pozostają w stałym stosunku.

Ponadto wymagane jest podobieństwo właściwości czynnika robocze- go oraz podobieństwo warunków początkowych, sprowadzające się w przepływach ustalonych do podobieństwa struktury strumieni na wlocie do stopnia.

Warunki podobieństwa geometrycznego i kinematycznego są dość oczywiste, pozostałe warunki podobieństwa wymagają jeszcze objaśnie- nia. W przypadku płynu ściśliwego, lepkiego, przewodzącego ciepło, spełniającego równanie pary idealnej, obowiązują następujące kryteria podobieństwa:

Kryterium Reynoldsa, wiążące siły bezwładności z siłami lepkości:

$$Re = \frac{cl}{\nu},$$

$$Re < Re_{gr} \quad (12.1) \quad Re > Re_{gr}$$

$$Re_m = Re_r$$

$$Re_m > Re_{gr}$$

$$Re_r > Re_{gr}$$

gdzie:

- c - oznacza charakterystyczną prędkość,
- l - wymiar charakterystyczny,
- ν - lepkość kinematyczną.

Kryterium Macha, wiążące siły bezwładności z siłami ciśnienia absolutnego:

$$Ma = \frac{c}{a}, \quad (12.2)$$

gdzie:

- a - oznacza prędkość dźwięku.

Kryterium Frouda, wiążące siły bezwładności z siłami masowymi (wynikającymi z pól przyspieszeń):

$$Fr = \frac{c}{\sqrt{Fl}}, \quad (12.3)$$

gdzie:

- F - oznacza jednostkową siłę masową.

Ogólnie można tu stwierdzić, że n branych pod uwagę sił daje $n(n-1)/2$ kryteriów podobieństwa, w tym n-1 kryteriów niezależnych, które powinny być spełnione równocześnie. W rozpatrywanym przypad- ku występują 4 rodzaje sił, co dało 3 niezależne kryteria (Re, Ma, Fr).

Kryterium Strouhala, uwzględniające niestacjonarność przepływu:

$$St = \frac{l}{c t_0}, \quad (12.4)$$

gdzie:

t_0 jest tzw. charakterystycznym czasem procesu, np. okresem w przepływach pulsujących.

Kryterium Prandtla, wiążące przenoszenie pędu w płynie lepkiem i przenoszenie ciepła na drodze przewodzenia; charakteryzujące także stosunek pola temperatur i pola prędkości:

$$Pr = \frac{\mu c_p}{\lambda}, \quad (12.5)$$

gdzie:

μ - lepkość dynamiczna,
 c_p - ciepło właściwe przy stałym ciśnieniu,

λ^p - przewodność cieplna.

Wykładnik izentropii k

Stopień turbulencji E :

$$E = \frac{c'}{c}, \quad (12.6)$$

określony zał. (3.16).

Widzimy, że liczba wymagań pełnego podobieństwa przepływów jest na tyle duża, a wymagania te tak wzajemnie powiązane, że ich równoczesne spełnienie praktycznie uniemożliwiłoby badania modelowe. Okazuje się jednak, że wpływ poszczególnych kryteriów nie we wszystkich przypadkach jest jednakowo silny. W związku z tym, po analizie tych wpływów, można często część kryteriów wyeliminować, praktycznie bez pogarszania dokładności wyników przenoszonych z modelu na wzorec.

Analizę zaczynamy od kryterium Frouda. Wpływ pola grawitacji ziemskiej na przepływy par i gazów, jest pomijalnie mały. Jednak na przepływ czynnika przez wieniec wirujący w ruchu względnym działa intensywne, niepomijalne pole sił odśrodkowych, które powinno być uwzględnione przy formułowaniu kryterium Fr . Wynika stąd ważny wniosek, że badania nieruchomych palisad tylko umownie modelują przepływ przez palisadę wirującą. Okazuje się, że przy badaniu całego stopnia kryterium Frouda spełnione jest niejako "automatycznie".

Wybierając jako prędkość charakterystyczną prędkość c_ϕ a jako wymiar charakterystyczny r_{sr} , na którym panuje przyspieszenie dośrodkowe u^2/r_{sr} , otrzymujemy:

$$Fr = \frac{c}{\sqrt{Fr l}} = \frac{c_\phi}{\sqrt{\frac{u^2}{r_{sr}}}} = \frac{c_\phi}{u}, \quad (12.7)$$

to jest kryterium podobieństwa kinematycznego.

Podobnie i kryterium Strouhala w przypadku badania ustalonych przepływów przez stopień (co ma miejsce w przeważającej większości przypadków) jest już spełnione przy podobieństwie geometrycznym i kinematycznym. Wybierając bowiem jako wymiar charakterystyczny πD , jako prędkość - c_ϕ , a jako charakterystyczny czas - czas T jednego obrotu wirnika, otrzymujemy:

$$St = \frac{l}{c t_o} = \frac{\pi D}{c_\phi T} = \frac{u}{c_\phi} \quad (12.8)$$

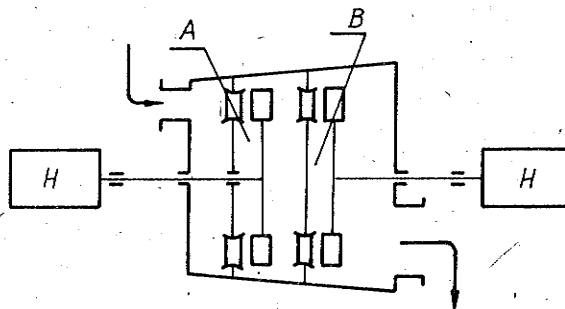
Kryterium Prandtla zestawione jest tylko z fizycznych właściwości czynnika roboczego i wpływ tego kryterium przy tym samym czynniku roboczym w modelu i wzorcu jest zwykle pomijalny.

W badaniach modelowych stopni turbinowych atrakcyjna jest możliwość zastąpienia pary wodnej powietrzem - ze względu na prostsze i tańsze układy zasilania stanowiska badawczego i instalację pomiarową. Dla powietrza liczba Prandtla ma praktycznie stałą wartość, podczas gdy dla pary wodnej zmienia się w szerokich granicach zależnie od parametrów, przy czym przy umiarkowanych parametrach liczba Pr dla pary wodnej przyjmuje wartości istotnie różne niż dla powietrza. Niespełnienie kryterium $Pr = idem$ w sposób znaczący odbija się przy dużych wartościach liczby Ma w stopniach o dużych stosunkach l/D , powodując odmienne rozkłady temperatur spiętrzenia wzdłuż wysokości łopatki w modelu i wzorcu, co zmienia oczywiście charakterystyki stopnia.

Wpływ wykładnika izentropii k wiąże się również z możliwością zmiany czynnika roboczego w modelu i wzorcu. Porównanie wyników badań tych samych stopni turbinowych w parze przegrzanej i powietrzu wskazuje, że przy wartościach liczb Ma mniejszych od 0,5-0,6 wpływ zmian wykładnika k w zakresie 1,3-1,5 jest mniejszy niż dokładność wyników pomiarów charakterystyk stopnia. W tym zakresie dopuszczalna jest więc zamiana pary przegrzanej powietrzem. Nie można oczywiście zastąpić powietrzem wilgotnej pary wodnej, wobec większych zmian wykładnika k , a przede wszystkim, wobec bardzo istotnego wpływu wilgotności. Stwierdzić należy, że zagadnienia modelowania w przypadku stopni o dwufazowym czynnikiem roboczym są nieporównanie bardziej złożone, niż w przypadku czynników jednofazowych. Zagadnienia te nie są jeszcze obecnie w pełni rozwiązane.

Wpływ stopnia turbulencji E na charakterystyki stopnia może być znaczny, co ilustrują, rozpatrzone już w rozdz.10, charakterystyki palisad. W związku z tym, w modelu i wzorcu powinna być zachowana ta sama struktura i stopień turbulencji. Uważa się przy tym, że jeśli turbulencja wywołana jest tylko geometrią kanałów przepływowych i warunkami pracy stopnia, to powyższe wymaganie jest niejako "automatycznie" spełnione, przy spełnieniu pozostałych warunków podobieństwa. Jednak to założenie nie zostało dotąd zweryfikowane w przypadku stopni maszyn wirnikowych.

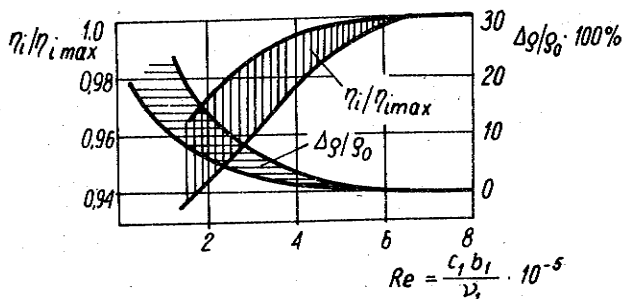
Zasadniczo odmienna sytuacja ma miejsce w przypadku, kiedy turbulencja, nawet tylko częściowo, określona jest procesem zachodzącym przed modelowanym stopniem, co ma miejsce np. przy modelowaniu stopni pracujących w grupie. Struktura strumienia napływającego na stopień modelowy powinna tu odpowiadać warunkom panującym w rzeczywistej maszynie. Spełnienie tego warunku możliwe jest praktycznie tylko przez badanie grupy 2 stopni lub badanie w doświadczalnej turbinie dwuwałowej (rys.12.1). Jeśli powyższy warunek nie jest spełniony, to konieczne jest odpowiednie przeliczanie wyników. Na rys.12.1 należy zwrócić uwagę na stopień A, przygotowujący czynnik roboczy o właściwej strukturze dla właściwego stopnia modelowego - B. Praktycznie tylko wg tego schematu można obecnie badać stopnie pracujące w obszarze pary mokrej. Stopień A zapewnia wtedy lepsze zbliżenie do rzeczywistej struktury i rozkładów wilgotności w strumieniu pary na wlocie do stopnia B.



Rys.12.1. Schemat doświadczalnej turbiny dwuwałowej do badań wpływu stopnia turbulencji i wzajemnego wpływu stopni: A - stopień przygotowujący czynnik roboczy o właściwej strukturze, B - badany stopień modelowy, H - hamulec hydrauliczny

Uogólniony wpływ liczby Re na sprawność i reakcyjność stopni turbinowych przedstawiono na rys.12.2. Spostrzegamy, że przy wartościach liczby Re większych niż $(3\div 6)10^5$ wpływ jej na charakterystyki stopnia jest pomijalnie mały. Jest to tzw. strefa samomodelowania, w której warunek $Re = idem$ zastępowany jest wymaganiami $Re > Re_{gr}$.

Podobnie okazuje się, że wpływ liczby Ma jest istotny dopiero przy $Ma_{c1} = \frac{c_1}{a_1}$ większych niż $0,6\div 0,7$. Stąd w zakresie liczb mniejszych od ok. $0,6$ zachodzi samomodelowanie - ze względu na liczbę Ma i jej wartość praktycznie nie jest istotna (tj. warunek $Ma = idem$ zastępuje wyrażenie $Ma < Ma_{gr}$).



Rys.12.2. Wpływ liczby Reynoldsa na charakterystyki stopni turbinowych

Powyższa analiza wpływu poszczególnych kryteriów wskazuje, że często możliwe jest tzw. przybliżone modelowanie stopni turbinowych, gdzie za wystarczające uważa się spełnienie następujących warunków:

1. Podobieństwo geometryczne.

2. $x = \frac{u}{c} \phi = \text{idem}$.

3. $Ma = \text{idem}$ (lub $Ma < Ma_{gr}$).

4. $Re = \text{idem}$ (lub $Re > Re_{gr}$).

(12.9)

Warunki te służą do ustalenia związków między wymiarami i parametrami stopnia modelowego i naturalnego, tj. skalami K wymiarów geometrycznych, ciśnień, temperatur itd. [2]. Z uwagi na określoną wydajność i parametry układu zasilania stanowiska stopnia modelowego, zwykle dobierana jest skala wymiarów geometrycznych:

$$K_1 = \frac{D_w}{D_m} = \frac{l_w}{l_m} = \frac{b_w}{b_m}$$

oraz skala temperatur czynnika roboczego

$$K_T = \frac{T_w}{T_m},$$

gdzie:

indeks w - dotyczy wzorca (rzeczywistego stopnia turbinowego),
 indeks m - jego modelu.

Przy tym $K_1 > 1$ oraz $K_T > 1$ traktować należy jako wielkości zadane. Skale pozostałych wielkości wyrażają się już jednoznacznie przez K_1 oraz K_T (i nie mogą być oczywiście dobierane dowolnie) a związki te wynikają z warunków (12.9), przy czym:

- skala prędkości czynnika:

$$K_c = \frac{c_w}{c_m} = \sqrt{K_T} > 1 ,$$

- skala ciśnień:

$$K_p = \frac{P_w}{P_m} = \frac{K_T}{K_1} < 1 ,$$

- skala prędkości obrotowej:

$$K_n = \frac{n_w}{n_m} = \frac{\sqrt{K_T}}{K_1} < 1 ,$$

- skala objętościowego natężenia przepływu:

$$K_v = \frac{\dot{V}_w}{\dot{V}_m} = K_1^2 \sqrt{K_T} \gg 1 ,$$

- skala mocy:

$$K_N = \frac{N_w}{N_m} = K_1 \sqrt{K_T^3} > 1 .$$

W wielu przypadkach np. przy badaniu pracy stopni (czy grup stopni) w zmienionych warunkach, celowe jest wyrażenie kryteriów podobieństwa przez osiągi stopnia i łatwo mierzalne parametry czynnika na wlocie i wylocie ze stopnia. Przyjmuje się zwykle, że osiągi stopnia stanowią: masowe natężenie przepływu G , sprawność η oraz moc N . Przy określonej geometrii stopnia i uznaniu za nieistotny wpływ przewodzenia ciepła wewnątrz czynnika roboczego (tj. wpływu liczby Pr), osiągi te mogą być wyrażone w funkcji parametrów czynnika na wlocie p_o , T_o , ciśnienia na wylocie p_2 , prędkości obrotowej n , średniej średnicy stopnia D oraz wielkości R , k , μ - charakteryzujących czynniki robocze [4], tj.:

$$G, \eta, N = f(p_o, T_o, p_2, n, D, R, k, \mu) . \quad (12.10)$$

Stosując metody analizy wymiarowej można znacznie zmniejszyć liczbę występujących tu zmiennych niezależnych, sprowadzając te zależności do postaci:

$$\frac{G \sqrt{RT_0}}{P_0 D^2} ; \eta ; \frac{N}{P_0 D^2 \sqrt{RT_0}} = \varphi \left(\frac{nD}{\sqrt{RT_0}} ; \frac{P_2}{P_0} ; \frac{G}{\mu D} ; k \right) \quad (12.11)$$

Jest to stwierdzenie bardzo istotne dla teorii i praktyki maszyn wirnikowych: bezwymiarowe charakterystyki stopnia są funkcją 4 wielkości, przy uwzględnieniu możliwości zmiany czynnika roboczego.

Przy niezmiennym czynniku roboczym, wielkości R oraz k mogą być pominięte i wtedy:

$$\frac{G \sqrt{T_0}}{P_0 D^2} ; \eta ; \frac{N}{P_0 D^2 \sqrt{T_0}} = \varphi_1 \left(\frac{nD}{\sqrt{T_0}} ; \frac{P_2}{P_0} ; \frac{G}{\mu D} \right), \quad (12.12)$$

przy czym charakterystyki te nie są już bezwymiarowe.

W przypadku określania charakterystyk konkretnego stopnia ($D = \text{const}$) w zakresie $Re > Re_{gr}$, co zwykle ma miejsce, zależność (12.11) jeszcze bardziej upraszcza się:

$$\frac{G \sqrt{T_0}}{P_0} ; \eta ; \frac{N}{P_0 \sqrt{T_0}} = \varphi_2 \left(\frac{n}{\sqrt{T_0}} ; \frac{P_2}{P_0} \right). \quad (12.13)$$

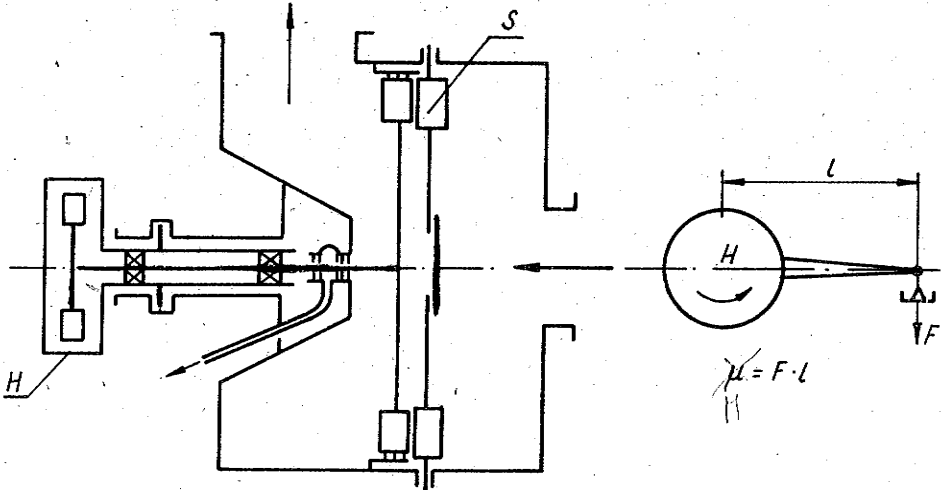
Ten ważny dla praktyki wynik wskazuje, że zmienne warunki pracy stopnia (czy grupy stopni) określone są zasadniczo przez dwie tylko zmienne: $n/\sqrt{T_0}$ oraz P_2/P_0 .

12.3. Stanowiska badawcze i osobliwości układów pomiarowych

Stanowiska badawcze omówimy na przykładzie badań osiowych stopni turbinowych. Typowe turbiny dla badania stopni modelowych są jednostopniowe i mają stosunkowo prostą ogólną konstrukcję. Wirnik jest tu zwykle przewieszony, co upraszcza uszczelnienia zewnętrzne, zastosowane mogą być łożyska zarówno toczne jak i ślizgowe, wobec umiarkowanych temperatur czynnika. Typowy układ takiej turbiny pokazano na rys.12.3.

W wyniku pomiarów określa się podstawowe charakterystyki stopnia z zależności:

$$\eta_i = \frac{Mn}{GH} ; \quad x = \frac{u}{c_\phi} = \frac{\pi Dn}{60 \sqrt{2H}} ; \quad \vartheta = \frac{H_w}{H}, \quad (12.14)$$



Rys.12.3. Schemat typowej jednostopniowej turbiny doświadczalnej dla badania stopni modelowych: S - stopień modelowy, H - hamulec hydrauliczny

gdzie:

M - oznacza moment obrotowy na wale stopnia.

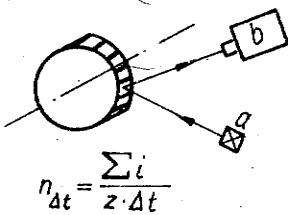
Określenie izentropowego spadku H wymaga pomiaru parametrów początkowych p_0 , T_0 oraz ciśnienia na wylocie p_2 . Ponadto mierzone jest ciśnienie w szczelinie międzywieńcowej p_1 dla wyznaczenia reakcyjności q . Są to zasadniczo "klasyczne" pomiary, wykonywane znany sposobem. Omówienia wymaga sposób pomiaru pozostałych wielkości.

Prędkość obrotową najdokładniej mierzy się obecnie sposobem cyfrowym, zliczając liczbę impulsów, proporcjonalną do prędkości obrotowej w określonym czasie. Impulsy te można generować np. sposobem fotoelektrycznym (rys.12.4). Prędkość obrotową $n_{\Delta t}$, średnią w czasie Δt , wyznacza się z zależności:

$$n_{\Delta t} = \frac{\sum i}{z \cdot \Delta t}, \quad (12.15)$$

gdzie:

$\sum i$ - oznacza sumę impulsów wskazaną przez licznik w czasie Δt ,
 z - liczbę impulsów na jeden obrót (równą np. liczbie "kresiek" na tarczy na rys.12.4).

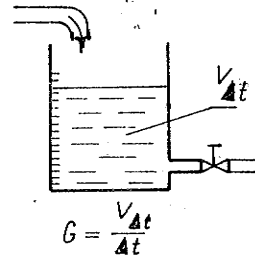


Rys.12.4. Zasada cyfrowego pomiaru prędkości obrotowej: a) źródło światła, b) fotokomórka połączona z licznikiem impulsów

Pomiar ten zapewnia dokładność ok. 0,1%. Dla prowadzenia normalnego ruchu stanowisko wyposażone jest w "klasyczny" pomiar prędkości, np. przy pomocy prądniczki tachometrycznej.

Masowe natężenie przepływu, G mierzone jest w instalacjach powietrznych przy pomocy zwężki. Nie jest to pomiar bardzo dokładny, co wynika z jego zasady. W związku z tym w instalacjach parowych przechodzi się na pomiar ilości skroplin $V_{\Delta t}$ pary za turbiną w zbiorniku mierniczym (rys.12.5). Natężenie przepływu $G_{\Delta t}$ średnie w czasie Δt , wyznacza się przy tym z zależności:

$$G_{\Delta t} = \frac{V_{\Delta t}}{\Delta t} \quad (12.16)$$



Rys. 12.5. Zasada określania masowego natężenia przepływu przez pomiar ilości skroplin V

Osiąga się w ten sposób dokładność pomiaru ok. 0,1%, podczas gdy dokładność pomiaru zwężką wynosi w najlepszym przypadku $\pm 1,5\%$. Należy tu jeszcze podkreślić, że układ stanowiska powinien być tak zaprojektowany, aby można było wyeliminować lub pomierzyć wszystkie możliwe przecieki czynnika roboczego.

Największe trudności następują tu dokładny pomiar momentu obrotowego M rozwijanego przez badany stopień na wale. Moment ten składa się z dwóch części:

$$M = M_H + M_{\tau} ; \quad M_H = Fl \quad (12.17)$$

gdzie:

M_H - oznacza moment reakcji na kadłubie hamulca, mierzony jak na rys.12.1,

M_{τ} - moment oporów tarcia w łożyskach wirnika (turbiny doświadczalne nie napędzają pomp oleju i innych urządzeń pomocniczych).

Dokładny, powtarzalny pomiar momentu M_{τ} praktycznie nie jest możliwy. W związku z tym, dla zapewnienia potrzebnej dokładności pomiarów, łożyskuje się wał turbiny w kadłubie hamulca, a reakcję całego układu przenosi na elementy nieruchome za pośrednictwem tzw. "pływającej tulei". Układ pływającej tulei zasilany jest olejem pod ciśnieniem tak, że jakby "pływa" ona na warstewce oleju względem elementów nieruchomych, skąd jej nazwa. Pływająca tuleja może więc obracać się względem elementów nieruchomych z bardzo małymi oporami, tak że w tym przypadku moment M_H zawiera już moment M_{τ} :

$$M \approx M_H = Fl \quad (12.18)$$

Opisany układ pomiarowy umożliwia wyznaczenie sprawności wewnętrznej stopnia z dokładnością $\pm 1,5\text{--}2,5\%$, przy czym mniejsze dokładności związane są z pomiarem natężenia przepływu przy pomocy zwężki.

12.4. Metody obliczeń stopni

Metody obliczeń stopni stanowią praktyczne wykorzystanie w projektowaniu wskazanych zasad modelowania i prowadzenia badań modelowych. Metody te omówimy na przykładzie stopni osiowych turbin cieplnych.

Kompletne dane do obliczeń i projektowania obejmować powinny charakterystyki stopnia w funkcji parametrów określających warunki jego pracy oraz w funkcji wszystkich lub przynajmniej ważniejszych wymiarów układu łopatkowego. Łatwo stwierdzić, że ilość kombinacji zmiennych jest tu tak duża, że praktycznie uniemożliwia ona przeprowadzenie związanych badań. Badania modelowe stopni są więc wykonywane tylko w ograniczonym zakresie zmian parametrów geometrycznych.

Wszystkie poważniejsze wytwórnie turbin na świecie wykorzystują w konstrukcjach swoich maszyn - badania modelowe stopni. Różnice występują tylko w sposobie wykorzystania wyników tych badań.

Sposób pierwszy polega na bezpośrednim wykorzystaniu charakterystyk stopni modelowych. Stosowany jest on przez mniejsze wytwórnie, uboższe i produkujące niewielką liczbę typów turbin, o podobnej, w zasadzie, konstrukcji części przepływowej. Układy łopatkowe produkowanych maszyn dzieli się tu na grupy o jednakowym typie konstrukcji stopnia, jedynie o zmiennej w ograniczonym zakresie wysokości łopatek. Ilość typów stopni ogranicza się do niezbędnego minimum. W ramach każdego typu przeprowadza się w pierwszej kolejności optymalizację konstrukcji stopnia w ekonomicznie uzasadnionym zakresie. Następnie bada się charakterystyki wybranych stopni (z każdego typu) w funkcji niewielu już parametrów, np. p_2/p_0 oraz l_1 lub Ma_1 oraz l_1 itp.

Wpływ liczby Re na ogół szacuje się. Osobnych badań wymaga wzajemny wpływ stopni. W projektowaniu turbinę jakby "składa się" ze stopni modelowych, o znanych charakterystykach. Obliczenia turbin taką metodą stopni modelowych dają stosunkowo najpewniejsze wyniki. Przykładem takiej metody obliczeń jest metoda stopni modelowych MEI [2].

Sposób drugi stosowany jest w wytwórniach produkujących wiele typów maszyn, w szczególności turbiny parowe największej mocy dla różnych odbiorców, gdzie przeprowadzenie unifikacji konstrukcji części przepływowej jest trudne, bo większość maszyn stanowi konstrukcje same dla siebie. W sposobie drugim dąży się do takiego uogólnienia wyników badań modelowych, aby można było je ekstrapolować na inne, podobne konstrukcje. Sposób ten polega więc na wyznaczeniu doświadczalnych współczynników, na podstawie odpowiednio opracowanych wyników właściwych badań modelowych, w przyjętej teorii stopnia i schemacie

powstawania w nim strat. Badania modelowe muszą tu być znacznie obszerniejsze niż w sposobie pierwszym i stale prowadzone, w miarę rozwoju konstrukcji. W wyniku otrzymuje się metody obliczeniowe nazywane metodami syntezy stopni (siłą rzeczy - przybliżonej), pozwalające na "nieskrępowane" projektowanie stopni, dające jednak nie tak pewne wyniki, jak metoda stopni modelowych. Zrozumiałe jest, że metody obliczeń stopni turbinowych stanowią tajemnice wytwórni.

Typowym przykładem metody syntezy stopni jest "klasyczna" metoda trójkątów prędkości [11].

Literatura

- [1] G.T. Csanady: Theory of Turbomachines. McGraw-Hill, New York 1964.
- [2] M.E. Dejcz, B.M. Trojanowski: Issledowania i rasczety stupieniej osiewych turbin. Maszynostrojenie, Moskwa 1954.
- [3] W.R. Gundlach: Maszyny przeplywowe, Część I. PWN, Warszawa 1970.
- [4] J.H. Horlock: Axial Flow Turbines - Fluid Mechanics and Thermodynamics. Butterworths, London 1966.
- [5] I.I. Kirilow: Teoria turbomaszin. Maszynostrojenie, Leningrad 1972.
- [6] H. Petermann: Einführung in die Strömungsmaschinen, Springer, Berlin 1974.
- [7] C. Pfeleiderer, H. Petermann: Strömungsmaschinen. Springer, Berlin 1972.
- [8] W. Prosnak: Mechanika plynów. PWN, Warszawa 1971.
- [9] D.S. Shepherd: Principles of Turbomachinery. McMillan Co, New York 1956.
- [10] B. Staniszewski: Termodynamika. PWN, Warszawa 1978.
- [11] A.W. Szczegłajew: Parowyje turbiny. Energia, Moskwa 1978.
- [12] W. Traupel: Thermische Turbomaschinen. Springer, Berlin 1977.
- [13] E. Tuliszka: Sprężarki, dmuchawy i wentylatory. WNT, Warszawa 1976.
- [14] E. Tuliszka: Turbiny cieplne. WNT, Warszawa 1973.
- [15] M.H. Vavra: Aero-Thermodynamics and Flow in Turbomachines. John Willey, New York 1960.
- [16] G.F. Wislicenus: Fluid Mechanics of Turbomachinery, McGraw - Hill, New York 1947.

1) 1206 119
 1206 - mod. ...
 1206 - mod. ...
 1206 - mod. ...
 1206 - mod. ...
 1206 - mod. ...

2) ...
 ...
 ...

...
 ...
 ...

3) ...
 ...
 ...

4) ...
 ...

5) ...
 ...

6) ...

7) ...
 ...

8) ...
 ...

9) ...

10) ...

11) 45-46

12) ...

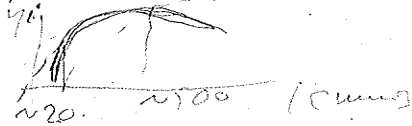
13) ...

14) ...

15) 118

16) ...
 ...

- 1) ...
- 2) ...



3) ...

11 AA ...

1) ...

11.9.1971

...

(... 26
 ... 22)